



**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ**



**ИНСТИТУТ ЗА КОСМИЧЕСКИ ИЗСЛЕДВАНИЯ И ТЕХНОЛОГИИ**

**Румен Георгиев Шкевов**

**СЪРФАТРОННО УСКОРЕНИЕ НА РЕЛАТИВИСТКИ ЗАРЕДЕНИ ЧАСТИЦИ ОТ  
ЕЛЕКТРОМАГНИТНИ ВЪЛНИ В КОСМИЧЕСКА ПЛАЗМА**

**АВТОРЕФЕРАТ**

На дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен

„Доктор“

Област на висшето образование: 4. Природни науки, математика и информатика

Професионално направление: 4.1. Физически науки

Научен консултант: д.ф.-м.н., проф. Николай Ерохин

**София**

2016

Дисертационният труд е обсъден на заседание на еднократно разширен научен семинар на секция „Космическа физика“, състоял се на 25.11.2016 г. и е предложен за разглеждане от специализирано жури.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои на открито заседание пред научното жури на .....2016 г. от ..... часа в гр. София, ул. „Академик Георги Бончев“, бл. 1., ет. 3, зала 309.

Научно жури:

Външни членове:

1. проф. дфн Петко Неновски – НИГГГ-БАН
2. проф. д.ф.-м.н Николай Ерохин – ИКИ-РАН
3. доц. д-р Пенчо Маринов - ИИКТ-БАН

Резервен член: доц. д-р Стилян Луков

Вътрешни членове:

1. чл.-кор. Петър Велинов– ИКИТ-БАН
2. проф. д-р Димитър Теодосиев – ИКИТ-БАН

Резервен член: проф. д-р Цветан Дачев – ИКИТ

Структура и обем на дисертационния труд:

Дисертационният труд е в обем от 154 страници, 4 глави, 9 таблици, 104 фигури, библиография от 157 заглавия на английски, руски и немски езици.

Забележка: Всички обозначения в автореферата съответстват на тези в дисертацията

Материалите по защитата са на разположение на интересувашите се в канцеларията на института - гр. София, ул. „Академик Георги Бончев“, бл. 1., ет. IV, ст. 413 и са публикувани в интернет на страницата на ИКИТ - БАН - (<http://www.space.bas.bg>).

<b><u>Съдържание</u></b>		<b>Стр.</b>
Структура и обем на дисертационния труд .....		5
Актуалност на проблема .....		5
Цел на работата .....		5
Обект на изследване .....		6
<b><u>1. Първа Глава</u></b>		<b>6</b>
1.1. Введение .....		6
1.1.1. Литературен обзор .....		7
1.2. Теоретична обосновка и основни уравнения .....		8
1.3. Избор на типа на поляризация на вълната .....		10
1.4. Избор на областта на разпространение на вълната .....		10
1.5. Нелинейно уравнение за фазата на вълната на траекторията на частицата .....		11
<b><u>2. Втора глава</u></b>		<b>13</b>
2.1. Сърфатронно ускорение на заряди от една електромагнитна вълна .....		13
2.1.1. Резултати от числения експеримент при взаимодействие с една вълна. Резултати от пресмятанията при $\omega_{He} / \omega < 1$ .....		13
2.1.1.1. Диапазон на началните фази на траекторията на частицата, при които произтича захващане на частицата в режим на сърфатронно ускорение .....		13
2.1.1.2. Времева динамика на фазата на вълната .....		14
2.1.1.3. Времева динамика на ускорението на частиците .....		15
2.1.2. Резултати от пресмятанията при $\omega_{He} / \omega > 1$ .....		16
2.1.2.1. Диапазон на началните фази на траекторията на частицата, при които произтича захващане на частицата в режим на сърфатронно ускорение .....		16
2.1.2.2. Времева динамика на фазата на вълната и частицата .....		16
2.1.3. Изводи .....		18
2.1.4. Заключение .....		18
2.2.1. Изследване на сърфатронното ускорение на електрони от електромагн. вълна в зависимост от надлъжния импулс на частицата .....		19
2.2.2. Кратко описание .....		19
2.2.3. Постановка на задачата .....		19
2.2.4. Резултати от числения експеримент .....		20
2.2.5. Заключение .....		23

<b><u>Съдържание</u></b>		Стр.
<b><u>3. Трета глава</u></b>		24
3.1.	Сърфатронно ускорение на заредени частици в космическа плазма при взаимодействие с две електромагнитни вълни	24
3.1.1.	Кратко описание .....	24
3.1.4.	Теоретична обосновка. Основни уравнения.....	24
3.2.1.	Резултати от числените пресмятания. Цифров експеримент 2 .....	28
3.3.	Заключение .....	30
<b><u>4. Четвърта глава</u></b>		30
4.1.	Резонансни взаимодействия вълна - частица с пакети електромагнитни вълни	30
4.1.1.	Изследване на ефективността на сърфатронното ускорение на заредени частици от пакет електромагнитни вълни в космическа плазма. Кратко описание	30
4.1.3.	Теоретична обосновка и основни уравнения.....	31
4.1.4.	Цифрово изследване на сърфатронно ускорение на заредени частици от пакет електромагнитни вълни	32
4.2.	Релативистко ускорение на заредени частици от пакети електромагнитни вълни в космическа плазма	38
4.2.1.	Числен експеримент по релативистко ускорение на заредени частици от пакети електромагнитни вълни с лоренцова обвиваща на амплитудата. Кратко описание	38
4.2.2.	Резултати от числения експеримент по релативистко ускорение на заредени частици от пакети електромагнитни вълни с лоренцова обвиваща на амплитудата	38
4.3.	Заключение.....	41
5.	<b><u>Приноси на дисертационния труд</u></b> .....	43
6.	<b><u>Списък с научните публикации и доклади по дисертационната тема</u></b>	44
7.	<b><u>Използвани символи и съкращения. Списъци с фигури и таблици</u></b>	46
8.	<b><u>Библиография</u></b> .....	48

## **Структура и обем на дисертационния труд**

1. Общ брой на главите	4
2. Общо количество страници	154
3. Брой на приложените таблици	9
4. Брой на графиките	104
5. Общ брой на цитираните източници литература	157

## **Актуалност на проблема**

Взаимодействията от типа вълна-частица са отнасяни към типа фундаментални задачи, които винаги са актуални. Съществуват голямо количество книги, отделни научни публикации посветени на проблемите от този тип взаимодействия протичащи в плазма и специално в космическа плазма. На резонансните взаимодействия вълна-частица понастоящем се отделя особено място при изучаването на произхода и параметрите на високо-енергийни и свръхвисоко-енергийни релятивистки заредени частици. Като правило те съпровождат интензивните високоефективни процеси в природата. Развитието на компютърните технологии направи тежките симулационни задачи по-достъпни и позволи детайлното изучаване на резонансните взаимодействия вълна-частица. В този дисертационен труд са изследвани различни аспекти и проявлението на физичните явления при ускоряването на заредени частици в космическа плазма при наличие на резонанс на Черенковски. Прилагането на числени методи за решаването на уравненията за движението на частицата позволява детайлното изучаване на поведението при взаимодействието вълна-частица. Силното ускорение на заредени частици от електромагнитни вълни при наличие на резонанс на Черенковски е наречено сѳратронно ускорение на заредени частици. Нарастването на енергията на частиците при такъв вид взаимодействия позволява достигането на релятивистки и силно релятивистки енергии. Достигането на такива енергии е доказано чрез числени симулации. Анализа на получените резултати позволи издигането на нови хипотези за наличието на свѳрхрелятивистки частици в спектрите на космичните лъчи и обяснението на наблюдавани в лабораторни условия ускорителни процеси на частици. Настоящата работа е посветена на изучаването на резонансното взаимодействие между една, две или повече електромагнитни вълни със заредени частици в космическа плазма при наличието на слабо напречно на разпространението на вълната постоянно магнитно поле.

## **Цел на работата**

Основната задача на работата е да изучи взаимодействията вълна-частица при наличие на резонанс на Черенковски с една или повече електромагнитни вълни в присъствието на постоянно магнитно поле. За целта са приложени и получени резултати от численото решаване на система от нелинейни нестационарни уравнения от втори порядък за траекторията на движението на частицата на фазата на вълната. Получените резултати са насочени към детайлното разбиране на отделните етапи и протичането на техните процеси при начално взаимодействие, захващане и сѳратронно ускорение на заредени частици от електромагнитни вълни в космическа плазма.

1. Изучаване на взаимодействията вълна-частица при наличие на резонанс на Черенковски с една вълна.

2. Сърфатронно ускорение на заредени частици при малки и големи значения на параметъра за надкритична напрегнатост на електричното поле в електромагнитната вълна.

3. Изследване на сърфатронно ускорение на заредени частици с две вълни.

4. Сърфатронно ускорение на заредени частици при взаимодействие с пакет от електромагнитни вълни.

### **Обект на изследване**

Обектът на изследване са взаимодействията между една, две или повече електромагнитни вълни с крайна амплитуда и заредена частица при наличие на напречно слабо постоянно магнитно поле на базата на числени експерименти.

### **1. Първа глава**

#### **1.1 Въведение**

Изследването на процесите при ускорението на заредени частици винаги е била фундаментална, и едновременно с това класическа задача за физиката на космоса [3], [5], [58], [59], [84], , на плазмата [4], [6], [49], [95], и ядрената физика [8], [9], [63]. Проблемът се изследва и развива непрекъснато както от чисто теоретична гледна точка така и в практически аспекти свързани с протичането на взаимодействията вълна-частица в лабораторни условия, при ускорителите на частици, [20], [48] естествена среда на хелиосферата и вселената като цяло. Основният напредък в областта е поставен чрез основополагащите публикации на [17], [18], [56], [57], [65], [85], [89] и др. С това е положено началото на систематичните теоретични изследвания на електромагнитните взаимодействия, теорията на плазмата и физиката на космоса. Ускоряването на резонансни частици в електростатични и електромагнитни полета е въпрос, изучаван както при синтетични, така и в естествените условията на космическата плазма [40], [46], [94]. Въпросът продължава да е актуален и към настоящия момент, за което съдим по нарастващия обем научни публикации посветени на темата в последните десет години.

Изследванията в настоящата работа основно са насочени към придобиването на нови знания за определен клас резонансни взаимодействия вълна-частица в условията на космическа плазма. Конкретният клас взаимодействия е придобил популярност в научните публикации като „сърфатронно ускорение“ на заредени частици. Резултатите са постигнати чрез числено решаване на нелинейни нестационарни диференциални уравнения от втори порядък за фазата на вълната на траекторията на заредената частица. Всички числени симулации са направени при следните допускания - вълната е електромагнитна, разпространява се перпендикулярно на слабо постоянно магнитно поле, изпълнени условията за резонанс на Черенковски [83], заредената частица е електрон. Други авторски работи отнасящи се до изучаването на сърфатронно ускорение на друг тип частици като протони [A12], алфа частици и други тежки ядра не са включени в обема на настоящата работа.

Разгледани са три принципно различни случая на сърфатронно ускорение на заредена частица в космическа плазма. Първият се отнася до взаимодействия с една електромагнитна вълна [A7]. Вторият изследва частица с различни начални условия, взаимодействаща с пакети от електромагнитни вълни [A2], а в третия случай са разгледани взаимодействията с пакети от електромагнитни вълни в космическа плазма [A1]. Указано е, че подходящи условия за такъв вид взаимодействия могат да имат място както в края на хелиосферата, така и в междувъзвездното пространство, където плазмата е относително хомогенна, а в постоянното магнитно поле не се наблюдават флукутации. Всеки отделен случай е разгледан в съответна глава на работата. Изведени са заключения за ефективността на сърфатронния механизъм за ускорение на частици в космическа плазма [A1]. Направени са изводи в полза на хипотезата, че сърфатронното ускорение е един от възможните механизми за генериране на свръхвисоко енергийни релативистки заредени частици и може да бъде едно от явленията генериращи космични лъчи [38], [62], [70]. Доказано е, че ултарелативисткото сърфатронно ускорение на частиците позволява енергията им да нарасне с 3-4 порядъка и повече [A4]. Изследвана е динамиката на траекториите на резонансните частици преди, по време на, и края на процеса на сърфатронно ускорение [A11].

Физичното явление „сърфатронно ускорение на заредени частици“ ползва изключително сложни механизми на взаимодействие и представените резултати в настоящата работа са една малка част от усилията на учени от целия свят по изучаването на процеса.

### **1.1.1. Литературен обзор**

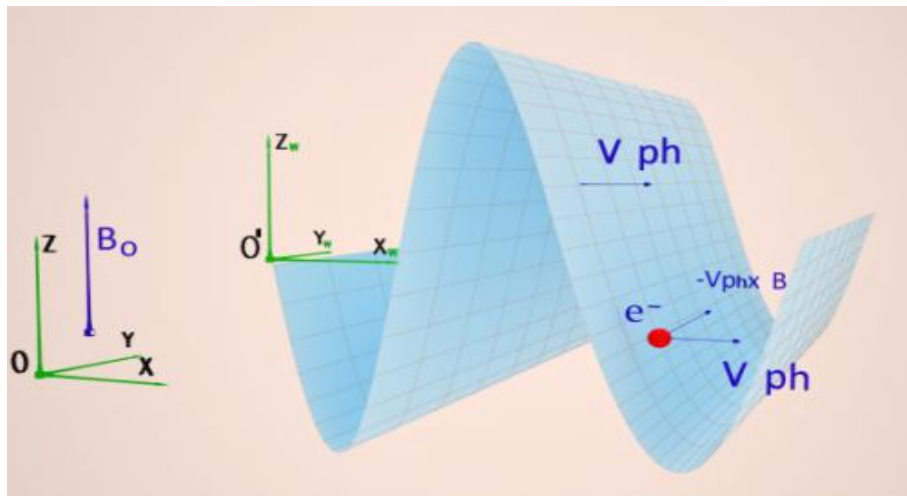
Литературният обзор е разделен основно в две части. В първата част е направена кратка историческа справка отнасяща се само до основополагащите работи на учени, открили и описали базови принципи и физични явления, както и първоначалното въвеждане термини, за които е намерена цитируема информация, използвани в работата. Във втората част е направен информационен анализ на появата и началото на използването на термина „сърфатронно ускорение“ от научната общност. Приведени са литературни източници, показващи развитието на темата във времето [71], [66], [67], [72], [77], [78], [75], [76], [50], [47], [79], [80], [81], [51], [52], [48], [53]. Според обзора [12] първите работи отнасят към теорията на сърфатронното ускорение са публикациите [75], [50], [47], но в рускоезичните източници като начало на изследванията се приемат [71], [72], [28], [29]. В настояща обзор са цитирани са източници и факти използващи различни наименования и терминология на световни научни центрове, описващи един и същ ефект - сърфатронното ускорение на заредени частици. Направен е опит да бъде представен огромния спектър от работи, касаещи различните области в науката касаещи разработваната тема. Описани са източници отнасящи се до появата, математичната основа и приложението на използваните в работата теоретични модели на изследването на сърфатронното ускорение в различни видове синтетична [20], [21], (лабораторна) и естествена космическа плазма, както и физични ефекти имащи отношение към темата [22], [92]. Отчитайки различията при протичането на физичните явления при взаимодействие с една, две и пакет електромагнитни вълни, е наложително да отбележим и разликите в теоретичната обосновка на физичните процеси. Това естествено води до различия в използваната математична обосновка, а от там и в диференциалните уравнения описващи, конкретните случаи. Поради това

литературният обзор има по-сложен вид от стандартно приетия за такива случаи. В частта 1.2.2 са представени работите свързани с информационния анализ на появата и началото на използването на термина „сърфатронно ускорение“, както и общите за цялата работа източници [96]. В обзора [93] може да бъде намерено квазиadiaбатично описание на динамиката на заредените частици в космическа плазма. Теоретичните изследвания и цифровите симулации [86] на сърфатронния механизъм за ускорение на заредени частици са в основата на голям брой работи [22], [10], [11], [87], [68], [16], [23] на учените от световни изследователски центрове като [69], [82], [24], [25], [87], [26]. Изследвани са и някои разновидности и механизми за ускорение като жирорезонансно сърфатронно ускорение [54], [55].

На предложените литературни източници в тази глава на работа трябва да се гледа като на една малка част от общото количество информация по въпроса [40]. Спецификата в диференциалните уравнения, техният окончателен вид използван за целите на цифровия анализ, както и литературните източници касаещи конкретните глави са приложени във въведенията преди всяка глава, отразяващи спецификата на взаимодействията с една, две и пакет електромагнитни вълни. Използваните източници са общо 157 на английски, руски и немски езици.

## 1.2. Теоретична обосновка и основни уравнения

На Фиг. 1.2.1. е представена принципната постановка, използвана в работата. Въведени са две координатни системи. Първата ще наречем лабораторна, обозначена като  $(O, X, Y, Z)$ , а втората, свързана с вълната  $(O', X_w, Y_w, Z_w)$ . Във втората система направление  $(O', X_w)$  ще наричаме направление на разпространение на вълната, а направление  $(O', Y_w)$  по направление на вълновия фронт. Осите  $Z$  и  $Z_w$  на двете координатни системи са паралелни. Слабото магнитно поле  $B_0$  е свързано с лабораторната координатна система  $(O, X, Y, Z)$  и е насочено по посока на оста  $(O, Z)$ .

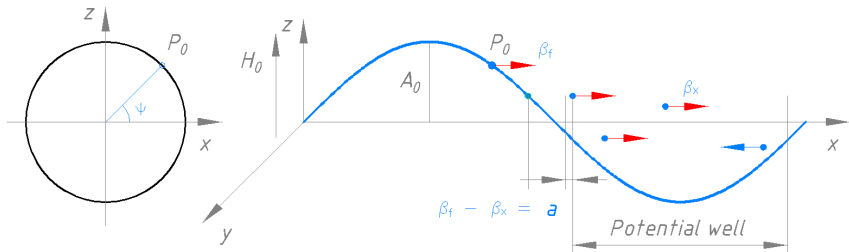


Фиг. 1.2.1. Принципна постановка и основни обозначения използвани в работата.



Вълната се разпространява по посока на оста ( $O, X$ ) и в случая на Фиг. 1.2.1 съвпада с посоката ( $O', X_w$ ). Фазовата скорост на вълната Фиг. 1.2.1 е обозначена с  $V_{ph}$  или с  $\beta_r$ , (когато обозначаваме безразмерна скорост) и е насочена в направлението ( $O', X_w$ ). За краткост в работата, центровете на координатните системи  $O u O'$  няма да се изписват, като направлениата ще обозначаваме само с индексите на осите – например по направление на фронта на вълната ще обозначаваме с думи или с  $Y_w$ . Във всички последващи обяснения под частица ще разбираме електрон, освен ако не е указан друг тип частица.

Нека разгледаме разпространението на електромагнитна вълна в студена магнитоактивна плазма [A7], като пренебрегнем слабата дисипация. Външното магнитно поле е насочено по направление на оста  $z : H_0 = H_0 e_z$ , а монохроматичната електромагнитна вълна се разпространява напречно на магнитното поле, като нейното електрично поле е от вида  $E = \text{Re } A \cdot \exp(i\Psi)$ , където  $\Psi = \omega t - kx$ ,  $A$  - амплитуда на вълната,  $k$  - вълново число [44], [42], [41].



Фиг. 1.2.2. Схематично изображение на електромагнитна вълна взаимодействаща със заредени частици при наличие на слабо постоянното магнитно поле.

За описване на високочестотните електронни колебания на плазмата използваме уравненията за движение на електроните и уравненията на Максвел [2], [8], [9], [64], [65], [89], [28], [29], [A7], [A3] - Invited Paper):

$$\begin{aligned} \partial v / \partial t + (e E / m) + (e H_0 / m c) [v \times e_z] &= 0, \\ \partial H / \partial t + c \text{rot } E &= 0, \\ c \text{rot } H &= \partial E / \partial t + 4 \pi j, \\ j &= -e n_0 v, \end{aligned} \tag{1.2.1}$$

където  $n_0$  - е невъзмутената плътност на електроните в плазма.

Нека въведем следните обозначения за използваните безразмерни величини:

$$u = \omega_{He} / \omega, v = (\omega_{pe} / \omega)^2, N = ck / \omega, \tag{1.2.2}$$

където  $\omega_{He} = e H_0 / m c$  - жиро честота на електрона в плазма,  $N$  - показател на пречупване на плазмата,  $\omega_{pe} = (4 \pi e^2 n_0 / m)^{1/2}$  - Ленгмюрова честота на електрона.

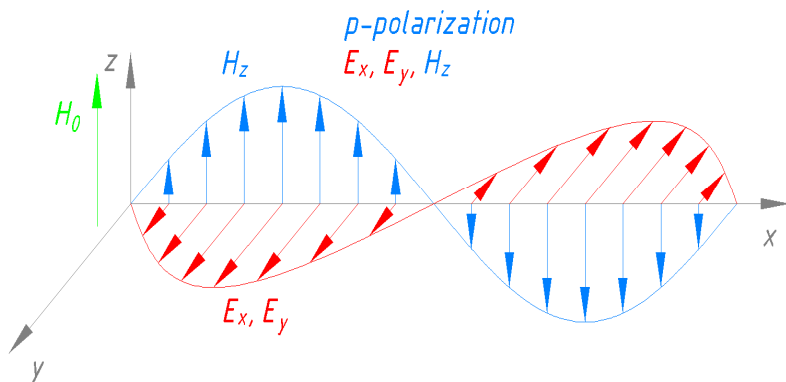
Отчитайки въведените обозначения от системата с уравнения (1.2.1) намираме компонентите на тензора на диелектричната проницаемост на плазмата:

$$\epsilon_{||} = 1 - v, \epsilon_{\perp} = 1 - [v / (1 - u^2)], \epsilon_c = u v / (1 - u^2). \tag{1.2.3}$$

### 1.3. Избор на типа на поляризация на вълната

Отчитайки (1.2.2), изразите за квадрата на показателя на пречупване на плазмата при чисто напречно разпространение на вълна) с  $p$ -поляризация, притежаваща компоненти на полетата съответно  $E_x, E_y, H_z$  -Фиг. 1.3.1., има вид [95], [49]:

$$N^2 = \varepsilon_{\perp} - (\varepsilon_c^2 / \varepsilon_{\perp}) \quad (1.3.1)$$



Фиг. 1.3.1. Схематично изображение на електромагнитна вълна с  $p$ -поляризация.

При това вълна с  $p$ -поляризация не е само чисто електростатична и компонентите на електричното поле на вълната са свързани със следното съотношение  $E_y = -i(\varepsilon_{\perp} / \varepsilon_c) E_x$ . В случай на  $s$ -поляризация (Фиг. 1.3.2.) вълната има компоненти съответно  $H_x, H_y, E_z$ , а показателят на пречупване  $N$  е равен на  $N = (\varepsilon_{\parallel})^{1/2} < 1$  т.е.  $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + c^2 k^2$ . Следователно фазовата скорост на вълната е по-голяма от скоростта на светлината във вакуум. Поради това взаимодействия с такъв тип вълни няма да бъдат разглеждани в настоящата задача свързана с ускорение на заредени частици.

### 1.4. Избор на областта на разпространение на вълната

За вълна, разпространяваща се напречно на магнитното поле, зависимостта на квадрата на пречупване  $N$  [44], [95], [2] от параметъра  $v$  е представена на Фиг.1.4.1 и Фиг.1.4.2, като случаят  $u < 1$  е показан на Фиг.1.4.1, а случаят  $u > 1$  (графиката  $N^2(v)$ ) - на Фиг.1.4.2. Трябва да отбележим, че в този случай са изпълнени условията  $N(0) = 1 = N(1)$ .

Както се вижда от формула (1.3.1) и графиките на Фиг. 1.4.1 има две точки на отражение  $v_1 = 1 - u, v_2 = 1 + u$ , а също така точката на горния хибриден резонанс  $v_3 = 1 - u^2$ , в който  $N = \infty$  т.е. фазовата скорост на вълната е равна на нула. Съответно може да бъде отделена област на прозрачност  $0 < v < v_1$ , област на непрозрачност в слоя  $v_1 < v < v_2$  и друга област на непрозрачност  $v > v_2$ . В случая  $u > 1$  вълната може да има само една точка на отражение  $v_2$  и хибридният резонанс отсъства.

Доколкото фазовата скорост на вълната е равна на  $v_p = c / N$ , за задачата свързана с ускорение на заредени частици представлява интерес диапазонът от значения на показателя на пречупване  $1 < N < \infty$ , в който безразмерната фазова скорост

на вълната  $\beta_p \equiv v_p / c = 1 / N < 1$ . При значения на  $u < 1$  това е възможно в диапазона на плътностите на плазмата, съответстващ на условията  $v_1 < v < 1$ .

В случая  $u > 1$  квадратът на показателя на пречупване е по-голям от единица в следващия интервал от безразмерни плътности на плазмата  $0 < v < 1$ . Максимумът  $N^2(v)$  може да бъде достигнат при значения  $v = v_m \equiv (u^2 - 1)^{1/2} / [u + (u^2 - 1)^{1/2}]$  и

$$N(v_m)^2 = 1 + 1 / [u + (u^2 - 1)^{1/2}]^2 \leq 2 \quad (1.4.1)$$

т.е. в тази област  $\beta_p^2 \geq 0.5$ .

Като илюстрация на казаното по-горе на Фиг. 1.4.3 и Фиг. 1.4.4 са представени съответно графиките на квадрата на коефициента на пречупване  $N^2$ . Безразмерната фазова скорост на вълната  $\beta_p$  в зависимост от безразмерната плътност на плазмата  $v$  за няколко значения на параметъра  $u$  са показани на Фиг. 1.4.5 и Фиг. 1.4.6.

### 1.5. Нелинейно уравнение за фазата на вълната на траекторията на частицата

Нека разгледаме релативистко ускорение на електрони от монохроматична електромагнитна вълна с р-поляризация (Фиг. 1.3.1), разпространяваща се напречно на магнитното поле  $H_0$  [A7], [A3] - *Invited Paper*. За компонентите на полето на вълната можем да приемем следните изрази [44]:

$$E_x = E_0 \cdot \cos \Psi, \quad E_y = \chi \cdot E_0 \cdot \sin \Psi, \quad H_z = N \cdot \chi \cdot E_0 \cdot \sin \Psi, \quad (1.5.1)$$

където  $\Psi = \omega t - k x$ , (Фиг. 1.2.2.),  $\chi = \epsilon_{\perp} / \epsilon_{\parallel}$ , параметърът  $\chi$  характеризира непотенциалната част на електричното поле на вълната.

Да запишем релативистките уравнения на движението за импулса на ускоряемия електрон  $\mathbf{p}$  [66], [67], [75], [76], [50], [47], [48], [45], [79], [80], [81], [19], [28], [29], [30], [31], [73], [96], [51], [A7], [A3] - *Invited Paper*:

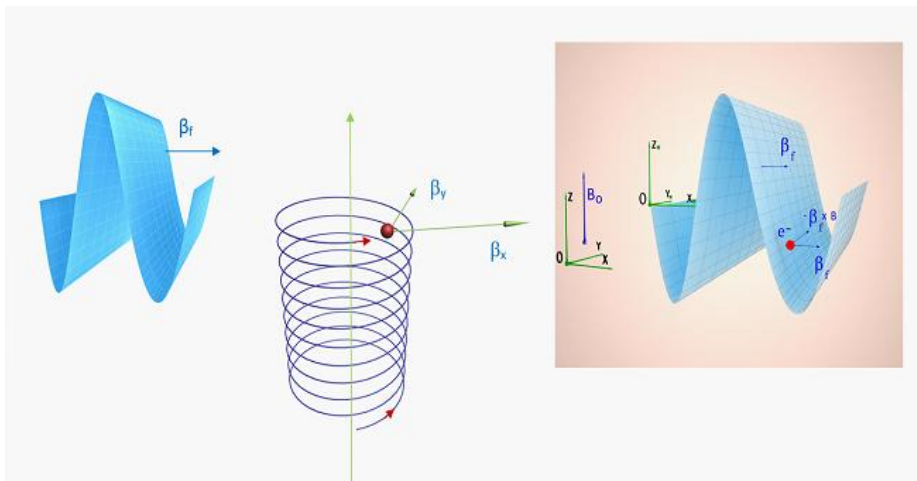
$$\begin{aligned} dp_x / dt &= -e E_x - e v_y (H_0 + H_z) / c, \\ dp_y / dt &= -e E_y + e v_x (H_0 + H_z) / c, \\ dp_z / dt &= 0, \quad p_z = \text{const}. \end{aligned} \quad (1.5.2)$$

За анализа на системата уравнения (1.5.2) е удобно да преминем към безразмерни променливи  $\tau = \omega t$ ,  $\xi = k x$ , а също така и да въведем безразмерни скорост на заряда  $\beta = v / c$  и амплитуда на вълната  $\sigma = e E_0 / m c \omega$ . Трябва да отбележим, че  $\beta_x = \beta_p [1 - (d\Psi / d\tau)]$ , а импулсът на електрона е равен на  $p = m c \gamma \beta$ , където  $\gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2}$  - релативистки фактор. На Фиг. 1.5.7 е представена принципна схема на взаимодействията вълна-частица при сърфатронно ускорение. Сега релативистките уравнения за движение на електроните (1.5.2) приемат окончателен вид [50], [47], [19], [28], [29], [30], [31], [73], [51], [A7], [A3] - *Invited Paper*:

$$\begin{aligned} d(\gamma \beta_x) / d\tau &= -\sigma \cos \Psi - (u + \sigma N \chi \sin \Psi) \beta_y, \\ d(\gamma \beta_y) / d\tau &= -\sigma \chi \sin \Psi + (u + \sigma N \chi \sin \Psi) \beta_x, \\ d(\gamma \beta_z) / d\tau &= 0, \quad \gamma \beta_z = \text{const}. \end{aligned} \quad (1.5.3)$$

От системата уравнения следва изразът за темпа на ускорение на заряда

$$d\gamma / d\tau = -\sigma (\beta_x \cos \Psi + \chi \beta_y \sin \Psi). \quad (1.5.4)$$



Фиг. 1.5.7. Схема на взаимодействията на заредена частица с една електромагнитна вълна.

Използвайки уравнения (1.5.3) и (1.5.4) намираме интеграла на движение за ускоряемия електрон:

$$J = \gamma \cdot \beta_y + u \cdot \beta_p \cdot (\Psi - \tau) - \sigma \cdot \chi \cdot \cos \Psi = \text{const.} \quad (1.5.5)$$

С оглед на (1.5.5), изписваме израза за релативисткия фактор  $\gamma$  и компонентите на скоростта на заряда  $\beta_y$

$$\gamma = \{ 1 + g_z^2 + [ J + \sigma \chi \cos \Psi + u \beta_p (\tau - \Psi) ]^2 \}^{1/2} / (1 - \beta_x^2)^{1/2}, \quad (1.5.6)$$

$$\beta_y = [ J + u \cdot \beta_p \cdot (\tau - \Psi) + \sigma \cdot \chi \cdot \cos \Psi ] / \gamma.$$

където  $g_z = \gamma \beta_z = \text{const}$ . Анализът на ускорението на зарядите е удобно да се провежда в рамките на произтичащото от (1.5.1) ÷ (1.5.6). Отчитайки (1.2.1÷3), (1.3.1), (1.4.1) и (1.5.1) ÷ (1.5.6) нелинейното уравнение за фазата на вълната на траекторията на електрона придобива вид [50], [47], [19], [28], [29], [30], [31], [73], [51], [A7], [A3] - *Invited Paper*:

$$d^2 \Psi / d\tau^2 - [ \sigma (1 - \beta_x^2) / \gamma \beta_p ] \cos \Psi - (u \beta_y / \gamma \beta_p) + [ \sigma \chi \beta_y (\beta_x - N) / \gamma \beta_p ] \sin \Psi = 0. \quad (1.5.7)$$

Началните данни за решението на уравнение (1.5.8) вземаме във вида  $\Psi(0) = \Psi_0$ ,  $\Psi_\tau(0) = a$ . Съответно получаваме  $\beta_x(0) = \beta_p \cdot (1 - a)$ . Да въведем компонентите на безразмерния импулс на частицата  $g_x = \gamma \beta_x \equiv h$ ,  $g_y = \gamma \beta_y \equiv g$ ,  $g_z = \gamma \beta_z$ . Праговото значение на безразмерната амплитуда на вълната, над което има място ускорение, ще определим по формулата  $\sigma_c = u \gamma_p$ , където  $\gamma_p = 1 / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$  е релативисткия фактор на ускоряващата вълна. Улавянето на заредената частица в режим на неограничено ускорение става при амплитуди на вълната  $\sigma > \sigma_c$ . Нелинейното уравнение (1.5.7, 1.5.8) се решава числено с конкретен набор от начални данни [A5], [A3] - *Invited Paper*. При това на големи времена ( $\tau \rightarrow \infty$ ), численото решение трябва да клони към следните асимптотични значения за компонентите на скоростта и релативисткия фактор на заряда  $\gamma(\tau) \approx u \cdot \beta_p \cdot \gamma_p \cdot \tau$ ,  $\beta_x \approx \beta_p$ ,  $\beta_y \approx 1 / \gamma_p$ .

## 2. Втора глава

### 2.1. Сърфатронно ускорение на заряди от една електромагнитна вълна

#### 2.1.1. Резултати от числения експеримент при взаимодействие с една вълна.

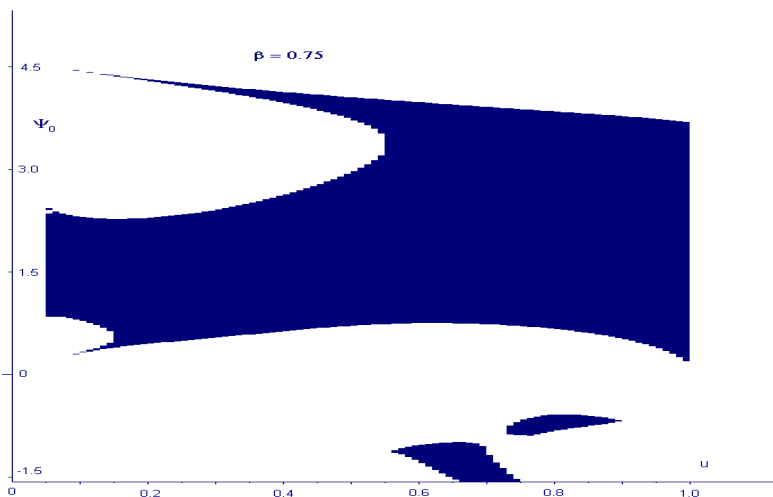
##### Резултати от пресмятията при $\omega_{не} / \omega < 1$

#### 2.1.1.1. Диапазони на началните фази на траекторията на частицата, в които произтича улавянето на заряда в режим на неограничено ускорение

За намиране на диапазона на началните фази  $\Psi_{\min} < \Psi_0 < \Psi_{\max}$ , където се реализира улавянето на заряда в режим на неограничено ускорение от вълната, бяха реализирани пресмятията, при които фазовата скорост на вълната  $\beta_p$  е фиксирана. Отчитайки изложеното по-горе залагаме за  $\beta_p$  диапазон  $0 < \beta_p < 1$ . След това, при зададена фазова скорост  $\beta_p = [ (v + u^2 - 1) / (1 + u - v) \cdot (u + v - 1) ]^{1/2}$ , променяйки безразмерната жироцестота на електрона  $u$  от интервала  $0 < u < 1$ , изчисляваме безразмерната плътност на плазмата  $v$  по формулата [A7], [A3] - *Invited Paper*):

$$v = 1 - [ 2 \cdot u^2 \cdot (1 - \beta_p^2) ] / [ 1 + (1 - 4 \cdot u^2 \cdot \beta_p^2 + 4 \cdot u^2 \cdot \beta_p^4)^{1/2} ] \quad (2.1.1.1.1)$$

Избирахме амплитудата на вълната  $\sigma$  малко по-висока от праговото значение  $\sigma_c$ . Разгледахме случай на малка надкритичност, когато  $\sigma / \sigma_c \approx 1.1$  и случай на големи значения на параметъра на надкритичност:  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$ . След това с числени разчети се определяше диапазонът на началните фази, в който има място улавянето на заряда в режим на неограничено ускорение на вълната, като беше изучена времевата динамика на фазата  $\Psi(\tau)$ , компонентът на импулса и скоростите на уловените частици,



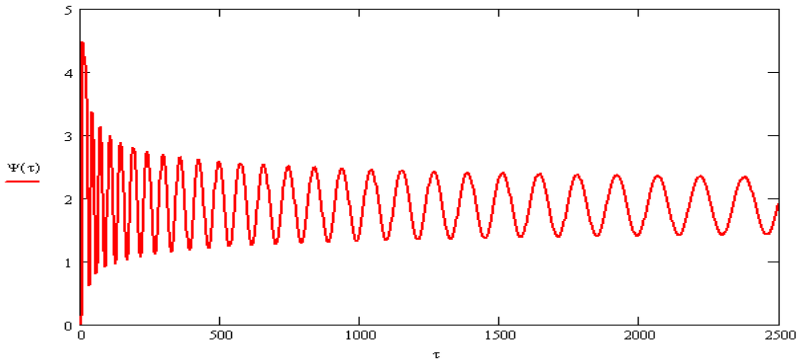
Фиг. 2.1.1.1.9. Граници на диапазона от фази, в които става захващането на частиците в режим на неограничено ускорение при ( $u < 1$ ) и  $\beta = 0.75$ .

релятивисткия фактор  $\gamma(\tau)$ , темпа на ускорение  $d\gamma/d\tau$ . В това изследване началните значения на у- и z-компонентите на импулса на частицата се смятаха равни на нула. Резултатите от разчетите на началните фази  $\Psi_{\min}$ ,  $\Psi_{\max}$  са представени на Фиг. 2.1.1.1.1 ÷ 9.

### 2.1.1.2. Времева динамика на фазата на вълната

На Фиг. 2.1.1.2.1 ÷ 6, е представена динамиката на фазата на вълната  $\Psi(\tau)$  на траекторията на ускоряваната частица за различни значения на фазовата скорост в случай на малък и голям параметър на надкритичност. Трябва да отбележим и силно забавените колебания на частицата в полето на вълната в случай на големи значения на фазовата скорост, което е обусловено от големия релятивистки ръст на нейната маса и значително по-ефективното ускорение на заряда. В случай на голяма надкритичност ще обърнем внимание на голямата амплитуда и по-бързите осцилации на фазата  $\Psi(\tau)$ . Както виждаме динамиката е напълно подобна, но при избора на начална фаза от средата на интервала ( $\Psi_{\min}$ ,  $\Psi_{\max}$ ) амплитудата на колебанията  $\Psi(\tau)$  е съществено по-малка. Характерът на времевата динамика на фазата  $\Psi(\tau)$  за големи времена  $\tau$  може да се обясни по следния начин - в този случай уравнение (1.5.7) се опростява до вида:

$$\tau \cdot d^2 \Psi / d\tau^2 - (\sigma / u \cdot \beta_p^2 \cdot \gamma_p^3) [\cos \Psi + (u \cdot \gamma_p / \sigma) + (\chi / \beta_p \cdot \gamma_p) \cdot \sin \Psi] = 0. \quad (2.1.1.2.1)$$



Фиг. 2.1.1.2.4. Динамика на фазата на вълната на траекторията на частицата ( $u < 1$ ) при

$$u = 0.3, \beta = 0.6, \sigma / \sigma_c \approx 2.3.$$

Полагайки за времето  $\tau = s^2 / 4$  преобразуваме уравнението (2.2.2.1) в уравнение на нелинеен осцилатор с отчитане на триенето [96]:

$$d^2 \Psi / ds^2 - (\sigma / u \cdot \beta_p^2 \cdot \gamma_p^3) [\cos \Psi + (u \cdot \gamma_p / \sigma) + (\chi / \beta_p \cdot \gamma_p) \cdot \sin \Psi] = (1/s) \cdot d\Psi/ds \quad (2.1.1.2.2)$$

и съответно ефективен потенциал:

$$U(\Psi) = -(\sigma / u \cdot \beta_p^2 \cdot \gamma_p^3) [\sin \Psi + (u \cdot \gamma_p / \sigma) \Psi - (\chi / \beta_p \cdot \gamma_p) \cdot \cos \Psi] \quad (2.1.1.2.2)$$

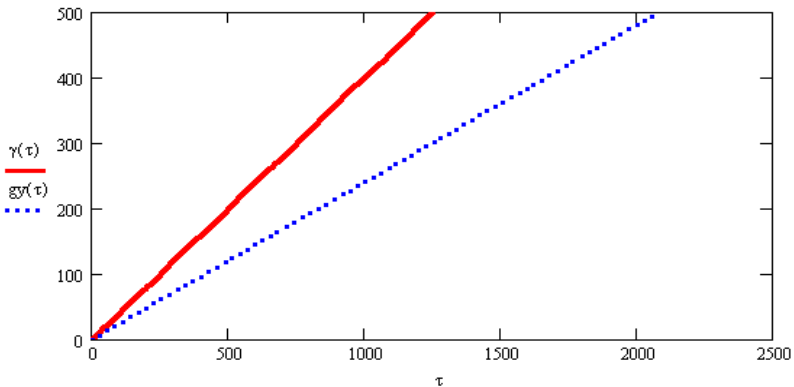
От уравнение (2.1.1.2.2) можем да получим графиките за потенциала на вълната – Фиг. 2.1.1.2.10.

### 2.1.1.3. Времева динамика на ускорението на частиците

Времевата динамика на ускорението на частицата е представена на Фиг. 2.1.1.3.1 ÷ 10 на графиките за релативисткия фактор  $\gamma(\tau)$  и напречния импулс  $g_y = \gamma \beta_y$ . Разгледани са следните основни случаи за малки значения на параметъра на надкритичност и фазова скорост -  $\beta = 0.2$ ,  $u = 0.3$ ,  $\sigma / \sigma_c \approx 1.1$ , големи значения на параметъра на надкритичност и малка фазова скорост -  $\beta = 0.2$ ,  $u = 0.3$ ,  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$ , високо значение на параметъра на надкритичност и фазова скорост -  $\beta = 0.8$ ,  $u = 0.3$ ,  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$

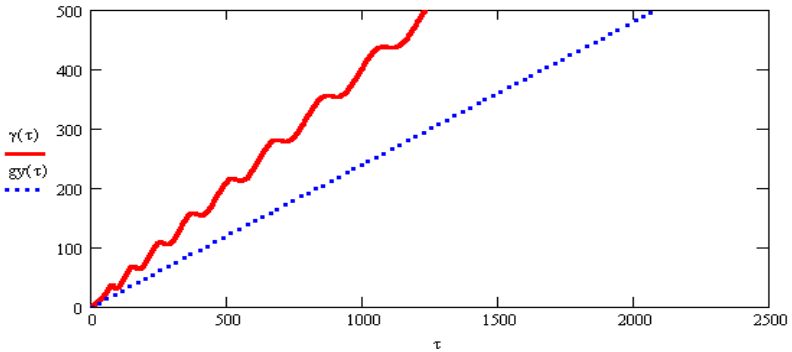
В случай на малки значения на параметъра на надкритичност и фазова скорост енергията на вълната се предава основно в  $y$ -компонентата на импулса на частицата – Графиките са показани на Фиг.2.1.1.3.1 ÷ 3.

При големи значения на параметъра на надкритичност и малка фазова скорост се наблюдава значително по-ефективно ускорение на заряда, при това съществена част от енергията на вълната се предава в  $x$ -компонентата на импулса на частицата (Фиг. 2.1.1.3.4 ÷ 5). Нараства амплитудата на осцилация на темпа на ускорение  $\gamma d(\tau)$  (Фиг. 2.1.1.3.5), а средното значение на темпа на ускорение е равно на 0.06.



Фиг. 2.1.1.3.4. Времева динамика на ускорението на частицата за параметъра  $\gamma(\tau)$  и компонента на импулса на частицата  $g_y(\tau)$  за набора от начални параметри  $\beta=0.2$ ,  $u=0.3$ ,  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$ .

При високо значение на параметъра на надкритичност и фазова скорост се наблюдават (Фиг. 2.1.1.3.9 ÷ 10) съществени осцилации на енергията на частицата  $\gamma(\tau)$   $\text{mc}^2$ , обусловени от вариациите на  $x$ -компонентата на нейния импулс.



Фиг. 2.1.1.3.9. Времева динамика на ускорението на частицата параметри  $\gamma(\tau)$  и  $g\gamma(\tau)$  за набора от параметри  $\beta=0.8$ ,  $u=0.3$ ,  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$

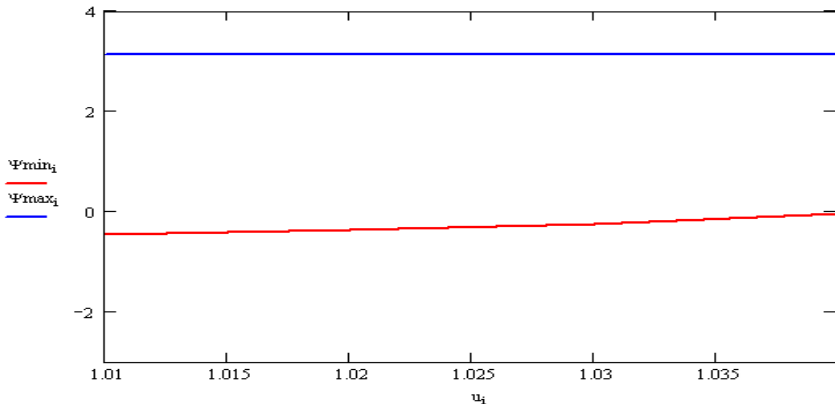
### 2.1.2. Резултати от пресмятанията при $\omega_{He} / \omega > 1$

#### 2.1.2.1. Диапазон на началните фази на траекторията на частицата, при които произтича захващане на частицата в режим на неограничено ускорение

Съгласно изложеното по-горе: за областта  $u > 1$  има максимум  $N^2(v)$ , който се достига при значението  $v = v_m$ , когато  $N^2(v_m) \leq 2$ , т.е.  $\beta_p^2 \geq 0.5$ , от където получаваме  $\beta_p \geq 0.707$ .

#### 2.1.2.2. Времева динамика на фазата на вълната и частицата

Както и в случая  $u < 1$ , за намиране на диапазона на началните фази  $\Psi_{min} < \Psi_0 < \Psi_{max}$  се фиксираше фазова скорост на вълната  $\beta_p$  от интервала от значения  $0.707 < \beta_p < 1$ . Бяха избрани две значения:  $\beta_p = 0.8$ ,  $\beta_p = 0.9$ .



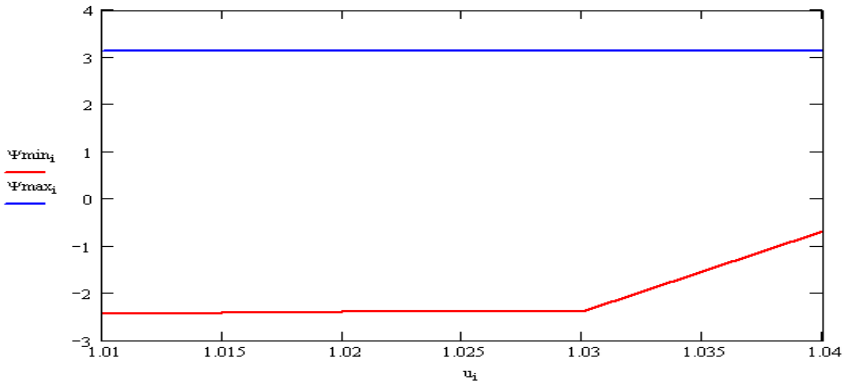
Фиг. 2.1.2.2.1. Граници на диапазона от начални фази, в който произтича захващане на частиците в режим на сърфатронно ускорение на частицата ( $u>1$ ),  $\beta_p=0.8$ ,  $\sigma / \sigma_c \approx 1.1$ .



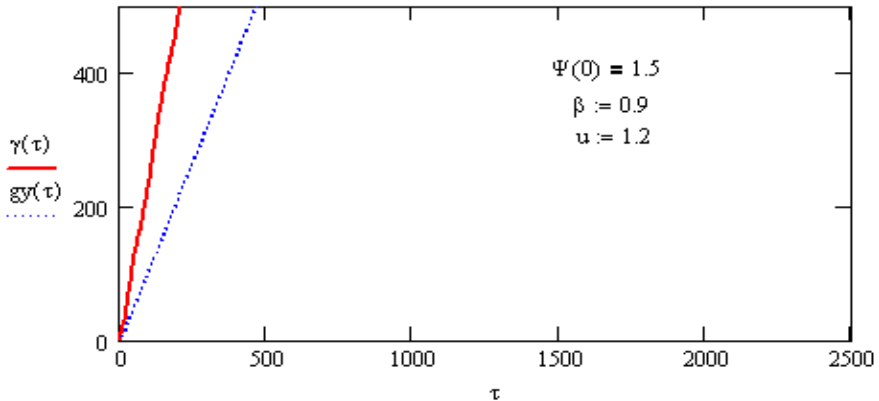
При зададена фазова скорост  $\beta_p = [ (v + u^2 - 1) / (1 + u - v) \cdot (u + v - 1) ]^{1/2}$ , променяйки безразмерната жироцестота на електрона  $u$ ,  $u > 1$ , изчисляваме безразмерната плътност на плазмата  $v$ . За избраните значения на фазовата скорост условието  $0 < v < 1$  удовлетворява следните интервали по  $u$  -  $\beta_p = 0.8$ :  $1 < u < 1.0416$ ,  $\beta_p = 0.9$ :  $1 < u < 1.2745$

Аналогично бяха разгледани случаи с малка надкритичност, когато  $\sigma / \sigma_c \approx 1.1$  и случай с големи значения на параметъра на надкритичност:  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$ .

Резултатите от разчетите са представени в Таблицы 2.1.2.2.1, 2.1.2.2.2 и на Фиг. 2.1.2.2.1 - Фиг. 2.1.2.2.4 и Фиг. 2.1.2.2.5 - Фиг. 2.1.2.2.8.



Фиг. 2.1.2.2.2. Граници на диапазона от начални фази, в който произтича захващане на частиците в режим на сърфатронно ускорение на частицата ( $u > 1$ ),  $\beta_p = 0.8$ ,  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$ .



Фиг. 2.1.2.2.15. Динамика на релативисткия фактор  $\gamma(\tau)$  и компонента на импулса  $g_y(\tau)$  на частицата при  $u = 1.2$ ,  $\beta_p = 0.9$ ,  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$ .

Разликата в динамиката на релативисткия фактор  $\gamma(\tau)$  и компонента на импулса  $g_y(\tau)$  на частицата в случаите представени на Фиг. 2.1.1.3.4 и Фиг. 2.1.2.2.15 е очевидна.

### 2.1.3. Изводи

1. Областта на улавяне се увеличава значително и аналогично на случая  $u < 1$  също може да се наблюдава някаква немонотонност, следователно може да се предположи наличие на по-сложна картина на областта на улавяне с наличие на „острови“ и изхвърляния.

2. Времевата динамика на фазата на вълната е подобна на случая  $u < 1$  при малка надкритичност. Осцилациите произтичат достатъчно бавно и имат малка амплитуда.

3. За разлика от случая  $u < 1$ , нито параметърът на надкритичност, нито фазовата скорост не влияят на темпа на осцилации на времевата динамика на фазата на вълната и темпа на ускорение.

4. Значително се увеличава темпа на ускорение, като неговото средно значение съставя  $\gamma d = 1.36$  за  $\beta_p = 0.8$  и  $\gamma d = 2.35$  за  $\beta_p = 0.9$ .

5. Съществена част от енергията на вълната се предава в x-компонентата на импулса на частицата.

### 2.1.4. Заключение

Резултатите от направения анализ могат да бъдат обобщени както следва [A7]:

I. Отчитайки напрегнатостта на компонентата на електричното поле на вълната, разпространяваща се перпендикулярно на външното магнитно поле, е изследвано улавянето на заредени частици със скорост близка до фазовата скорост на вълната в режим на неограничено ускорение - сърфиране на зарядите по вълните.

II. На базата на численото решаване на нелинейното уравнение за фазата на вълната на траекторията на частицата е определен диапазон на първоначалните фази  $\Psi_{\min} < \Psi_0 < \Psi_{\max}$ , в който се реализира улавянето на зарядите в режим на неограничено ускорение. За фиксираните стойности на фазовата скорост на вълната  $\beta_p$  е намерена зависимостта  $\Psi_{\min}$ ,  $\Psi_{\max}$  от величината на параметъра  $u = \omega_{He} / \omega$ .

III. Резултатите от числените пресмятания показват, че за случая  $\omega_{He} / \omega < 1$  при силна надкритичност (големи амплитуди на вълните) когато  $\sigma / \sigma_c \approx 2.3$ , диапазонът на началните фази ( $\Psi_{\min}$ ,  $\Psi_{\max}$ ) е достатъчно широк, а неговите граници  $\Psi_{\min}$ ,  $\Psi_{\max}$  слабо зависят от параметъра  $u = \omega_{He} / \omega < 1$ . Но за  $\omega_{He} / \omega > 1$  диапазонът на фазите се увеличава още повече.

IV. При асимптотично големи времена темпът на ускорението клони към определена стойност, която не зависи от началната фаза  $\Psi_0$  и произтича „кондензация“ на уловените частици в близост до някоя фаза  $\Psi_\infty$ , т.е. получаваме пространствено локализирани кондензирани уловени частици.

V. В случая  $\omega_{He} / \omega < 1$  при ниски стойности на фазовата скорост на вълната  $\beta_p$  динамиката на уловените частици се описва от бързо осцилираща функция  $\Psi(\tau)$ . В обратния случай на високи стойности на  $\beta_p$  динамиката на колебанията на уловените частици в полето на вълната се забавя драстично, а темпът на ускорението на зарядите е максимален. А за случая  $\omega_{He} / \omega > 1$  няма съществени разлики в графиките на осцилацията и темпът на ускорение достига още по-голяма стойност.

## 2.2.1. Изследване на сърфатронното ускорение на електрони от електромагнитна вълна в зависимост от надлъжния импулс на частицата

### 2.2.2. Кратко описание

Разгледана е динамиката на сърфатронното ускорение на електрони от електромагнитна вълна в космическа плазма, в зависимост от надлъжния импулс на частицата [A3] - *Invited Paper*. Анализът показва, че за амплитуди на вълната по-високи от праговата стойност  $\sigma_c$ , при благоприятна за сърфинг начална фаза на вълната на траекторията на електрона и изпълнение на условието «черенковски резонанс», незабавното улавяне на частицата в режим на сърфинг не зависи от величината на безразмерния надлъжен импулс на електрона  $h = \gamma \beta_z$  (той е и интеграл на движението). При изчисленията параметърът  $h = \gamma \beta_z$  беше изменяем в диапазона (1 – 100) при фиксирана начална стойност на фазата на вълната на траекторията на частицата  $\Psi(0)$ . Диапазонът на благоприятните стойности на фазата  $\Psi(0)$  за захват на електрона в режим на сърфинг се оказва достатъчно широк. Получени са асимптотичните значения на компонентите на импулса, скоростта и енергията на ускоряваната частица при голямото ѝ нарастване (на порядъци). Обсъдена е зависимостта им от амплитудата на вълната. По този начин в пространството на импулсите на частиците, областта на захвата им в режим на сърфинг върху електромагнитна вълна се оказва достатъчно голяма.

### 2.2.3. Постановка на задачата

На базата на числено решаване на нелинейно нестационарно уравнение от втора степен е разгледано улавянето на електрони в режим на силно сърфатронно ускорение от електромагнитната вълна, разпространяваща се (по посока на оста  $x$ ) в космическата плазма, напречно на слабо външно магнитно поле  $H_0$  (насочено по оста  $z$ ), за различни стойности на надлъжния ( по посока на магнитното поле  $H_0$ ) импулс на частицата.

По долу е разгледан случай на честота на вълната  $\omega$  от областта на горния хибриден резонанс при  $\omega_{He} / \omega = u < 1$ , където  $\omega_{He}$  е циклотронната честота на нерелативистки електрони в плазмата. Фазовата скорост на електромагнитната вълна е по-ниска от скоростта на светлината във вакуум и за изследваната област от параметри на безразмерната плътност на плазмата  $v = (\omega_{pe} / \omega)^2$  и  $1 - u^2 < v < 1$ ,  $\omega_{pe} = (4 \pi e^2 n_0 / m)^{1/2}$  е ленгмюровата честота на електроните в плазмата. Захватът на заряди в режим на сърфинг настъпва при амплитуда на електричното поле на вълната с по-висока стойност от критичната, т.е. за  $\sigma = e E_0 / m_e c \omega > u \gamma_p = u / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$ ,  $\beta_p = \omega / c k$ . При числените пресмятания на сърфинга на електрони ще опростим задачата, пренебрегвайки вихровите компоненти на вълновите полета  $E_y$ ,  $H_z$ . Съгласно изчисленията те не са от съществено значение. Нелинейните ефекти при взаимодействието на ускоряващата вълна с плазмата са малки, когато амплитудата на вълната  $E_0$  е значително по-ниска от характерното поле на релативистката нелинейност, т.е. при изпълнено условието  $\sigma^2 \ll 1$ . Нека разгледаме релативисткото уравнение на движението за импулса на ускоряемия електрон  $p$  [66], [67], [75], [76], [50], [47], [48], [45], [79], [80], [81], [19], [28], [29], [30], [31], [73], [51], [A7], [A3] - *Invited Paper*:

$$\begin{aligned}
 dp_x / dt &= -e E_x - e v_y (H_0 + H_z) / c, \\
 dp_y / dt &= -e E_y + e v_x (H_0 + H_z) / c \\
 dp_z / dt &= 0, p_z = \text{const},
 \end{aligned}
 \tag{2.2.3.1}$$

За да анализираме уравнение (2.2.3.1) е удобно да въведем безразмерните променливи  $\tau = \omega t$ ,  $\xi = kx$  и безразмерна скорост  $\beta = v / c$ . Да отбележим, че  $\beta_x = \beta_p [1 - (d\Psi / d\tau)]$ , а импулсът на електрона е равен на  $p = m c \gamma \beta$ , където  $\gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2}$  – релятивисткият фактор на частицата. В резултат в безразмерни променливи, уравненията за движение на електрони (2.2.3.1) приемат вида:

$$\begin{aligned}
 d(\gamma \beta_x) / d\tau &= -\sigma \cos \Psi - u \beta_y, \\
 d(\gamma \beta_y) / d\tau &= u \beta_x, \quad d\gamma / d\tau = -\sigma \beta_x \cos \Psi \\
 d(\gamma \beta_z) / d\tau &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.2.3.2}$$

Използвайки (2) намираме интеграла на движение за ускоряемия електрон

$$J = \gamma \beta_y + u \beta_p (\Psi - \tau) = \text{const}, h = \gamma \beta_z = \text{const}. \tag{2.2.3.3}$$

Величината  $J$  се определя от стойностите на  $g = \gamma(0) \beta_y(0)$  и  $\Psi(0)$ . Отчитайки (3) получаваме релятивисткия фактор  $\gamma$  и компонентата на скоростта на заряда в посока на вълновия фронт  $\beta_y$

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \{1 + h^2 + [J + u \beta_p (\tau - \Psi)]^2\}^{1/2} / (1 - \beta_x^2)^{1/2}, \\
 \beta_y &= [J + u \beta_p (\tau - \Psi)] / \gamma.
 \end{aligned}
 \tag{2.2.3.4}$$

Анализът на ускорението на зарядите се извършва на базата на произтичащото от (2.2.3. 2)-(2.2.3. 4) нелинейно стационарно уравнение за фазата на вълната на траекторията на електрона [\[A7\], \[A3\] - Invited Paper](#).

$$d^2 \Psi / d\tau^2 - [\sigma (1 - \beta_x^2) / \gamma \beta_p] \cos \Psi - (u \beta_y / \gamma \beta_p) = 0 \tag{2.2.3.5}$$

За да решим (2.2.3.5) началните данни избираме във вида  $\Psi(0) = \Psi_0$ ,  $\Psi_\tau(0) = a$ . Съответно имаме  $\beta_x(0) = \beta_p (1 - a)$ . Ще въведем компонентите на безразмерния импулс на частицата  $g_x = \gamma \beta_x$ ,  $g_y = \gamma \beta_y$ . Нелинейното уравнение (2.2.3.5) е решено числено [\[13\]](#). За достатъчно големи времена на ускорение на електрона, численото решение трябва да отива към следните асимптотични значения за компонентите на скоростта и релятивисткия фактор на частицата  $\gamma(\tau) \approx u \beta_p \gamma_p \tau$ ,  $\beta_x \approx \beta_p$ ,  $\beta_y \approx 1 / \gamma_p$ . При тези условия темпът на ускорение е постоянен и не зависи от амплитудата на вълната  $\sigma$ , определяща асимптотичното значение на функцията  $\sigma < \beta_x \cos \Psi >$ .

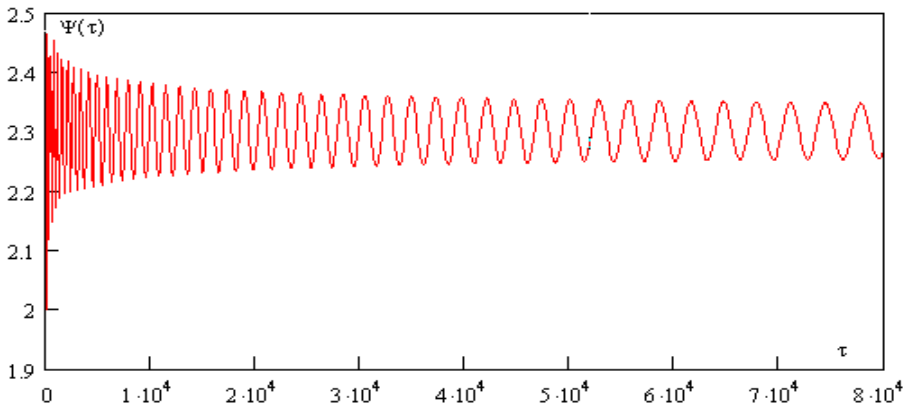
### 2.2.4. Резултати от числения експеримент

Избираме амплитуда на вълната  $\sigma > \sigma_c$  и  $\sigma = 1.5 \sigma_c$  в диапазона фази  $-\pi < \Psi_0 < \pi$ , фиксираме фазовата скорост на вълната  $\beta_p \approx \beta_p$  при времена  $\tau < 20k$  [\[A3\] - Invited Paper](#).

Нека приведем резултатите от изчисленията за следния вариант на начални параметри на задачата  $h = 5.1$ ,  $g = 1$ ,  $\beta_p = 0.9$ ,  $u = 0.2$ ,  $\sigma = 1.5 \sigma_c$ ,  $\sigma_c = u \gamma_p$ ,  $a = 0$ , когато  $\gamma_0 = 12.186$ . Според изчисленията за повечето начални фази от интервала  $-\pi < \Psi(0) < \pi$ , улавянето на частица от вълната настъпва веднага, т.е. при относително малки времена  $\tau$ , в

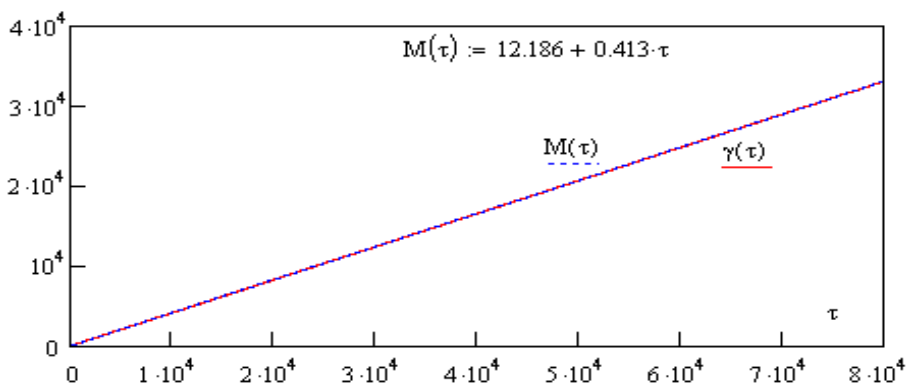
сравнение с времената за ултарелативистко ускорение  $\tau \sim 10^5 \div 10^6$ , на което съответства нарастване на енергията на заряда с три-четири порядъка.

За случая  $\Psi(0) = 2$  е показана графиката на фазата на вълната на траекторията на частицата, в зависимост от времето  $\tau$   $\Psi(\tau)$  - Фиг. 2.2.4.1., при преместване на частицата по посока на разпространение на вълната  $\xi(\tau)$  е показана на Фиг. 2.2.4.2 за времеви интервал  $\tau < 8 \cdot 10^4$ . След захвата на частицата в ефективна потенциална яма, фазата  $\Psi(\tau)$  осцилира около стойността, съответстваща на дъното на тази яма. Според Фиг. 2.2.4.2, преместването на хванатия заряд по посока на разпространението на вълната нараства средно пропорционално на времето  $\xi(\tau) \approx \beta_p \tau$ . Динамиката на релативисткия фактор на заряда  $\gamma(\tau)$  за времеви интервал  $\tau < 8 \cdot 10^4$  е представена на Фиг. 2.2.4.3. Виждаме, че  $\gamma(\tau)$  монотонно нараства, съгласно показаната на Фиг. 2.2.4.3 асимптота  $M(\tau)$ . В края на интервала имаме  $\gamma(\tau) \approx 3.3 \cdot 10^4$  при  $\gamma(0) \approx 12.19$ .

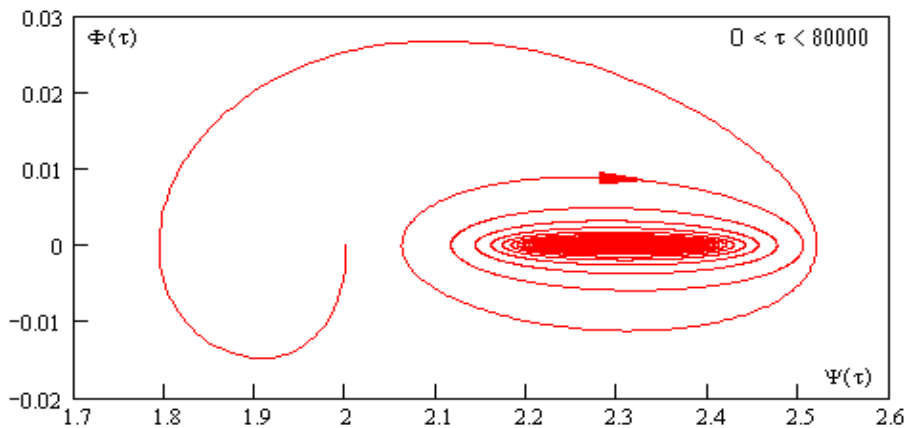


Фиг. 2.2.4.1. График на фазата на вълната на траекторията на заряда.

На по-голямата част от разглеждания интервал електронът се явява ултарелативистка частица, доколкото се изпълняват следните асимптотики  $\gamma(\tau) \approx u \beta_p \gamma_p(\tau)$ ,  $\beta_x \approx \beta_p$ ,  $\beta_y \approx 1 / \gamma_p$ ,  $\beta_z \rightarrow 0$ . Графиките на напречните компоненти на импулса на електрона  $g_x = (\tau) \beta_x(\tau)$ ,  $g_y = \gamma(\tau) \beta_y(\tau)$  са показани на Фиг. 2.2.4.4. Нарастването на  $g_x$ ,  $g_y$  е практически с постоянен темп. Нека  $\Phi(\tau) = d\Psi / dt$ . Структурата на фазовата равнина е показана на Фиг. 2.2.4.5. Траекторията изобразяваща точка съответства на колебанията на захванатия електрон с намаляваща амплитуда около дъното на ефективната потенциална яма, която се явява особена точка от типа устойчив фокус. За случая  $\Psi(0) = 2$  са направени изчисления за стойности на безразмерния надлъжен импулс на електрона  $h = 20, 40, 100$ . Резултатите са напълно аналогични на описаните по-горе. Установено бе, че началната фаза  $\Psi(0)$ , благоприятна за захват на електрона в режим на неограничено ускорение на вълната при  $h = 5.1$ , е същата и за големи стойности на надлъжния импулс  $h$ . Графиката на релативисткия фактор на електрона за случая  $h = 100$ , показана на Фиг. 2.2.4.7, е напълно подобна на показаната на Фиг. 2.2.4.3. Изчисления за други варианти на начална фаза  $\Psi(0)$  водят до извода, че увеличението



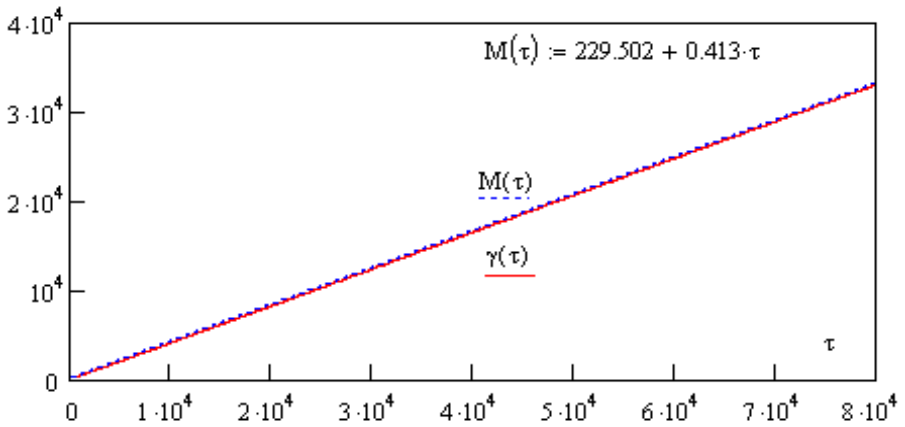
Фиг. 2.2.4.3. Динамика на релативисткия фактор на ускоряемия електрон при  $h = 5.1$ .



Фиг. 2.2.4.5. Структура на фазовата равнина на ускоряемия електрон.

на надлъжния импулс на електрона не изменя времето за захват на частицата от вълната в режим на ултрарелативистко ускорение. Това означава, че броят на частиците, подложени на силно сърфатронно ускорение от електромагнитна вълна в плазма, може да бъде достатъчно голям. Генерирането на потоци ултрарелативистки заредени частици в космическата плазма се характеризира с голяма (в мащаба на периода на вълната) продължителност на взаимодействието и съответно се получават изключително големи енергии на ускорените частици. В слънчевата хелиосфера характерните енергии при сърфатронно ускорение на заряди достигат десетки - стотици GeV [60], [62] при начална кинетична енергия от порядъка на или по-малко GeV.

Интересен случай на динамиката на черенковско взаимодействие на частица с вълна възниква при избора на отрицателни начални стойности за компонентите на импулса на електрона по посока на вълновия фронт. Според изчисленията в началото за захванатата частица настъпва обръщане на импулса  $\gamma \beta_y$  на положителна стойност, съпроводено с намаляване на енергията на частицата.



Фиг. 2.2.4.7. Динамика на релативисткия фактор на електрона за случая  $h = 100$ .

При това темпът на намаляване на скоростта е практически постоянен. После, след смяната на знака на импулса  $\gamma \beta_y$  настъпва сърфатронно ускорение до големи енергии.

## 2.2.5. Заключение

Основните резултати от работата можем да формулираме както следва [A3] - *Invited Paper*:

- На базата на числени пресмятания на нелинейно, нестационарно уравнение за фазата на вълната на траекторията на частицата е изучена зависимостта на ултарелативисткото сърфатронно ускорение на електрони от електромагнитна вълна, разпространяваща се в космическа плазма напречно на външно магнитно поле, от величината на надлъжния (към външното магнитно поле) импулс на частицата  $h = \gamma \beta_z$ .
- Показано е, че при изпълнението на условието за черенковски резонанс, улавянето на частица в режим на сърфатронно ускорение настъпва за широк диапазон стойности на началната фаза на вълната на траекторията на електроните  $\Psi(0)$ . Величината на благоприятната (за захвата на електрона) начална фаза  $\Psi(0)$  не се променя при увеличение на надлъжния импулс на частицата  $\gamma \beta_z$  с един или два порядъка на тази величина [A3] - *Invited Paper*.
- Броят на ускоренията от вълната частици може да бъде достатъчно голям в резултат на рязкото увеличение в пространството на началните импулси област, от която зарядите попадат в режим на силно сърфатронно ускорение.
- Изчисленията показаха, че при ускорение компонентите на импулса и релативисткия фактор на частицата нарастват с постоянен темп, компонентите на напречната скорост отиват към асимптотични стойности, а надлъжната скорост намалява обрано пропорционално на нарастващия релативистки фактор на електрона.
- Направеният числен анализ на сърфинга на електрони на електромагнитни вълни представлява интерес за физиката на космическата плазма в частност, за интерпретацията на експерименталните данни при регистрацията на потоци релативистки частици в околоземното пространство и хелиосферата, а също и за обяснение на причините за възможни отклонения в наблюдаваните спектри на бързи

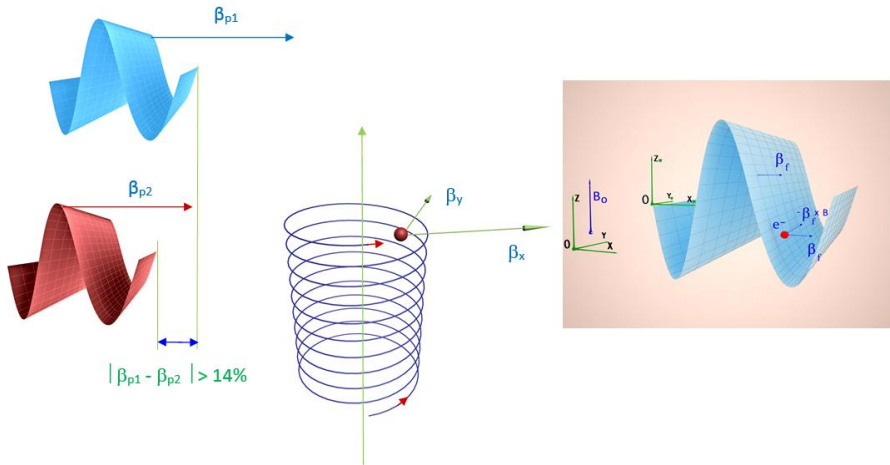
частици от стандартните степенни скейлинги [60], [61], [62]. За параметрите на хелиосферата характерните енергии на ускорените частици могат да достигнат величина от порядъка на десетки-стотици GeV).

➤ По този начин сърфинга на заредени частици на електромагнитни вълни се явява един от възможните механизми за генерация на космически лъчи [62], [A3] - *Invited Paper*.

### 3. Трета глава

#### 3. 1. Сърфатронно ускорение на заредени частици в космическа плазма при взаимодействие с две електромагнитни вълни

##### 3.1.1. Кратко описание



Фиг. 3.1.3.5. Схема на взаимодействията на заредена частица с две електромагнитни вълни в космическа плазма.

##### 3.1.4. Теоретична обосновка. Основни уравнения

Разгледано е силно релативисткото ускорение на заредени частици от две електромагнитни вълни с крайна амплитуда в космическа плазма, така нареченият сърфатронен механизъм на ускорение на зарядите [A2].

Изследването на сърфатронния механизъм за ускорение на заредени частици в космическа плазма на базата на цифрови симулации позволява изучаването на явлението при взаимодействие на частицата с две електромагнитни вълни. На Фиг. 3.1.3.5. Схема на взаимодействията на заредена частица с две електромагнитни вълни в космическа плазма.

Както отбелязахме в раздела описващ сърфатронно ускорение с една електромагнитна вълна, той е един от главните механизми за формиране на потоци от ускорени частици в (синтетична) лабораторна плазма [50], [47] и ултрарелативистки частици в космическа плазма [71], [45], [28], [29], [30], [38], [52], [42]. За да се оцени броят на ускорените частици, максималната им енергия и енергийните спектри е необходим в частност анализ на условията на захват на заредените частици в режим на силно



ускорение [27], [61], ефективността на ускорението при въздействието на вълнови пакети с крайна амплитуда, които ще разгледаме в следващия раздел.

В настоящата глава са изложени резултатите от числените пресмятания на захвата и силното ускорение на заряди в магнитоактивна плазма при въздействие на две електромагнитни вълни с крайна амплитуда [A2], [34]. Ако приемем амплитудата на вълните за зададена и постоянна, а също така отчитайки вихревите компоненти на вълновите полета и интегралите на движение на ускоряемите заредени частици, задачата е сведена до анализ на нестационарно, нелинейно уравнение от втора степен от дисипативен тип за фазата на първата вълна на траекторията на частицата. Вълните се разпространяват напречно на слабо външно магнитно поле. Амплитудите на вълните и техните честоти се приемат за близки. Числените пресмятания показваха, че при съответните разлики между фазовите скорости на вълните, влиянието на втората вълна е сравнително минимално и отслабва в процеса на ускоряване на частицата, захваната от първата вълна. При тези условия влиянието на втората вълна на темпа на ускорение на заряда е несъществено.

От направения анализ следва необходимостта от изучаване на възможните параметрични ефекти, зависимостта на захвата и последващото ускорение от цялата съвкупност изходни параметри на вълните. Възможно е да очакваме, че при определени условия, наличието на втора вълнова мода ще спомогне за сърфинга на зарядите върху вълните.

За да можем да пренебрегнем влиянието на нелинейните ефекти върху изследването, за ускоряващите вълни ще приемем, че амплитудата на вълната е значително по-ниска от характерната за полето релятивистка нелинейност, където е изпълнено условието  $\sigma = e E_0 / m c \omega \ll 1$ . Тъй като улавянето на частицата в режим на сърфатронно ускорение настъпва в случая, когато  $\sigma > u$   $\gamma_p = u / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$ , е необходимо да укажем, че малко  $\sigma$  означава малко  $u$   $\gamma_p$  т.е.  $u \gamma_p \ll 1$ . Поради това по-долу ще предполагаме, че  $u \ll 1$ .

Нека първата вълна има фаза  $\Psi_1 = \omega_1 t - k_1 x$ , а втората  $\Psi_2 = \omega_2 t - k_2 x + \varphi$ ,  $\tau = \omega_1 t$ ,  $\xi = k_1 x$ . Имаме връзката  $d \Psi_1 / d \tau = 1 - (\beta_x / \beta_{p1})$  т.е. изпълняват се съотношенията [1], [2], [A2]:

$$\beta_x = \beta_{p1} [1 - (d \Psi_1 / d \tau)],$$

$$\Psi_2 = \Psi_1 \delta + (\alpha - \delta) \tau + \varphi \quad (3.1.4.1)$$

$$d \Psi_2 / d \tau = \alpha (1 - N_2 \beta_x),$$

$$N_2 = c k_2 / \omega_2, \alpha = \omega_2 / \omega_1, \delta = k_2 / k_1, \beta_{p1} = 1 / N_1.$$

Тук  $N_1, N_2$  са показатели на пречупване на плазмата за честотите на вълните. При взаимодействието на заряда с двете вълни, електромагнитните полета на тези вълни можем да представим във вида [44], [95], [A2]:

$$E_x = E_{01} \cos \Psi_1 + E_{02} \cos \Psi_2$$

$$E_y = \chi_1 E_{01} \sin \Psi_1 + \chi_2 E_{02} \sin \Psi_2 \quad (3.1.4.2)$$

$$H_z = N_1 \chi_1 E_{01} \sin \Psi_1 + N_2 \chi_2 E_{02} \sin \Psi_2$$

където  $E_{01}$  и  $E_{02}$  са амплитудите на вълните,  $\Psi_1 = \omega_1 t - k_1 x$ ,  $\Psi_2 = \omega_2 t - k_2 x + \phi$ , са фазите на вълните,  $\phi = \text{const}$  е фазовото отместване на вълната,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $k_1$  и  $k_2$  са съответно честотите на вълните и техните вълнови вектори. Коефициентите  $\chi_1$  и  $\chi_2$  могат да бъдат изразени с  $\chi_1 = \varepsilon_{\perp 1} / \varepsilon_{c1}$ ,  $\chi_2 = \varepsilon_{\perp 2} / \varepsilon_{c2}$ . В изразите (3.1.4. 2) те са детерминирани от компонентите на тензора на плазмената диелектрична проницаемост и характеризират турбулентната част на електричното поле на вълната. Иначе казано, параметрите  $\chi_1$  и  $\chi_2$  характеризират непотенциалната част на електричното поле на вълната, а  $\varepsilon_{\perp}$  и  $\varepsilon_c$  са компоненти на тензора на диелектричната проницаемост на плазмата [44], [42]. Коефициентите на пречупване  $N_1 = ck_1 / \omega_1$ ,  $N_2 = ck_2 / \omega_2$  трябва да бъдат като цяло хомогенни, за да може да се реализира сърфатронно ускорение. Трябва да отбележим, че безразмерните фазови скорости  $\beta_{p1} = 1/N_1 < 1$  и  $\beta_{p2} = 1/N_2 < 1$ .

Ще приведем също така изразите за главните характеристики на вълните чрез стандартните параметри на плазмата  $u = \omega_{He} / \omega$ ,  $v = (\omega_{pe} / \omega)^2$ , където  $u_1 = \omega_{He} / \omega_1$ ,  $v_1 = (\omega_{pe} / \omega_1)^2$ ,  $u_2 = \omega_{He} / \omega_2$ ,  $v_2 = (\omega_{pe} / \omega_2)^2$ , където  $\omega_{pe}$  и  $\omega_{He}$  са ленгмюровата и циклотронната честота на електроните. По такъв начин в съответствие с [A2], [34] получаваме формулите:

$$\beta_{p1} = (u_1^2 + v_1 - 1)^{1/2} / [(1 + u_1 - v_1) \cdot (u_1 + v_1 - 1)]^{1/2}, \quad (3.1.4.3)$$

$$\beta_{p2} = (u_2^2 + v_2 - 1)^{1/2} / [(1 + u_2 - v_2) \cdot (u_2 + v_2 - 1)]^{1/2},$$

Въвеждаме безразмерните параметри - скорост на ускоряемия заряд  $\beta = v / c$ , безразмерното време  $\tau = \omega_1 t$ , параметъра  $\alpha = \omega_2 / \omega_1$ ,  $\delta = k_1 / k_2$ , и амплитуди на вълните,  $\sigma_1 = e E_{01} / m c \omega_1$ ,  $\sigma_2 = e E_{02} / m c \omega_2$ , техните отношения  $v = E_{02} / E_{01}$ ,  $\sigma_2 = v \cdot \sigma_1 / \alpha$ , и компонентите на диелектричната проницаемост  $\varepsilon_{\perp 1} = 1 - v_1 / (1 - u_1^2)$ ,  $\varepsilon_{c1} = u_1 v_1 / (1 - u_1^2)$  и  $v_1 = 1 - 2 \cdot u_1^2 \cdot (1 - \beta_{p1}^2) / [1 - 4 \cdot u_1^2 \cdot \beta_{p1}^2 \cdot (1 - \beta_{p1}^2)]^{1/2}$

За коефициента на пречупване  $N_1$  и можем да запишем:

$$N_1^2 = [(1 - v_1)^2 - u_1^2] / (1 - u_1^2 - v_1) = 1 + v_1 (1 - v_1) / (u_1^2 + v_1 - 1)$$

Безразмерният импулс на електрона е равен на  $p / m c = \gamma \beta$ , където  $\gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2}$  - релативистки фактор на частицата. За да опростим анализа ще считаме, че нелинейните процеси в изследвания случай са пренебрежимо малки. Това означава, че безразмерните амплитуди на вълните  $\sigma_1 = e E_{01} / m c \omega_1$ ,  $\sigma_2 = e E_{02} / m c \omega_2$ ,  $\sigma_1, \sigma_2 \ll 1$ . Тук трябва да отбележим, че в случая с една вълна захващането на частицата и следващото силно ускорение се реализира, само ако амплитудата на вълната е по-голяма от  $\sigma > u_1 \gamma_{p1} = u_1 / 1 / (1 - \beta^2)^{1/2}$  [29], където имат място съотношенията [A2]:

$$\beta_x = \beta_{p1} [1 - (d\Psi_1 / d\tau)], \quad \Psi_2 = \Psi_1 \delta + (\alpha - \delta) \tau + \phi, \quad v_2 = v_1 / \alpha^2, \quad u_2 = u_1 / \alpha$$

$$\chi_1 = (1 - v_1 - u_1^2) / u_1 v_1, \quad \chi_2 = \alpha \cdot (\alpha^2 - v_1 - u_1^2) / u_1 v_1,$$

$$\delta = \alpha \cdot \beta_{p1} / \beta_{p2} \text{ и } \beta_{p2} = 1 / N_2$$

Трябва да отбележим, че  $\delta = \alpha \cdot \beta_{p1} / \beta_{p2}$  и условието  $\beta_{p2} < 1$  ще бъдат изпълнени ако за параметъра  $\alpha$  е изпълнено условието  $v_1 < \alpha < u_1 + v_1$ . Сега релятивистките уравнения за движение на заряда в полетата на две вълни, разпространяващи се в плазмата, напречно на външно магнитно поле, имат вида [A2]:

$$\begin{aligned} d(\gamma \beta_x) / d\tau &= -(\sigma_1 \cos \Psi_1 + \alpha \sigma_2 \cos \Psi_2) - (\sigma_1 N_1 \chi_1 \sin \Psi_1 + \alpha \sigma_2 N_2 \chi_2 \sin \Psi_2) \beta_y - u_1 \beta_y, \\ d(\gamma \beta_y) / d\tau &= -(\sigma_1 \chi_1 \sin \Psi_1 + \alpha \sigma_2 \chi_2 \sin \Psi_2) + (\sigma_1 N_1 \chi_1 \sin \Psi_1 + \alpha \sigma_2 N_2 \chi_2 \sin \Psi_2) \beta_x + u_1 \beta_x, \\ d(\gamma \beta_z) / d\tau &= 0, \gamma \beta_z = \text{const}, \beta_x = \beta_{p1} [1 - (d\Psi_1 / d\tau)]. \end{aligned} \quad (3.1.4.4)$$

$$d\Psi_2 / d\tau = \alpha (1 - N_2 \beta_x), \quad d\Psi_1 / d\tau = (1 - N_1 \beta_x).$$

$$\text{Следователно, } v_1 = 1 - 2 \cdot u_1^2 \cdot (1 - \beta_{p1}^2) / [1 - 4 \cdot u_1^2 \cdot \beta_{p1}^2 \cdot (1 - \beta_{p1}^2)]^{1/2}.$$

За втората вълна можем да запишем:

$$v_2 = v_1 / \alpha^2, \quad u_2 = u_1 / \alpha, \quad N_2^2 = [(1 - v_2)^2 - u_2^2] / (1 - u_2^2 - v_2)$$

или изразявайки чрез  $v_1, u_1$  получаваме:

$$N_2^2 = 1 + v_1 (\alpha^2 - v_1) / [\alpha^2 (u_1^2 + v_1 - \alpha^2)], \quad v_1 < \alpha^2 < u_1^2 + v_1, \quad \beta_{p2} < 1,$$

$$\chi_1 = (1 - v_1 - u_1^2) / u_1 v_1, \quad \chi_2 = \alpha \cdot (\alpha^2 - v_1 - u_1^2) / u_1 v_1,$$

$$\delta = \alpha \cdot \beta_{p1} / \beta_{p2}, \quad \beta_{p2} = 1 / N_2.$$

От условието  $\beta_{p2} < 1$  (фазовата скорост на втората мода е по-малка от скоростта на светлината във вакуум) следва, че допустимият интервал на изменение на параметъра  $\alpha$  е:  $v_1 < \alpha^2 < u_1^2 + v_1$ . Системата уравнения (3.1.4.4) има интеграл на движение

$$h = \gamma \cdot \beta_z = \text{const}, \text{ и } (\gamma \cdot \beta_x) |_{\tau=0} \equiv h, \quad (\gamma \cdot \beta_y) |_{\tau=0} \equiv g_y, \quad \gamma \cdot \beta_z \equiv g_z$$

$$J = g + u_1 \cdot \beta_{p1} \cdot \Psi_1(0) - \sigma_1 \cdot \chi_1 \cdot \cos \Psi_1(0) - \alpha \sigma_2 \chi_2 \cos \Psi_2(0), \text{ или}$$

$$J = \gamma \cdot \beta_y + u_1 \cdot \beta_{p1} \cdot (\Psi_1 - \tau) - \sigma_1 \cdot \chi_1 \cdot \cos \Psi_1 - \alpha \sigma_2 \chi_2 \cos \Psi_2 = \text{const}. \quad (3.1.4.5)$$

От тук може да се получи израза за у-компонентата на скоростта и релятивисткия фактор на частицата:

$$\beta_y = [J + u_1 \cdot \beta_{p1} \cdot (\tau - \Psi_1) + \sigma_1 \cdot \chi_1 \cdot \cos \Psi_1 + \alpha \cdot \sigma_2 \cdot \chi_2 \cdot \cos \Psi_2] / \gamma, \quad (3.1.4.6)$$

$$\gamma = \{1 + g_z^2 + [J + \sigma_1 \chi_1 \cos \Psi_1 + \alpha \sigma_2 \chi_2 \cos \Psi_2 + u_1 \beta_{p1} (\tau - \Psi_1)]^2\}^{1/2} / (1 - \beta_x^2)^{1/2}, \text{ или}$$

$$\gamma = (1 + h^2 + r^2)^{1/2} / (1 - \beta_x^2)^{1/2},$$

$$r \equiv J + u_1 \cdot \beta_{p1} \cdot (\tau - \Psi_1) + \sigma_1 \cdot \chi_1 \cdot \cos \Psi_1 + \alpha \cdot \sigma_2 \cdot \chi_2 \cdot \cos \Psi_2.$$

Като резултат от (3.1.4.4) - (3.1.4.6) намираме уравнението за фазата на първата вълна на траекторията на заредената частица [A2]:

$$d^2 \Psi_1 / d\tau^2 + [(\beta_x^2 - 1) / \gamma \beta_{p1}] \cdot (\sigma_1 \cos \Psi_1 + \alpha \sigma_2 \cos \Psi_2) \quad 3.1.4.7a$$

$$- (u_1 \beta_y / \gamma \beta_{p1}) + (+ (\beta_y / \gamma \beta_{p1}) [ \sigma_1 \chi_1 (\beta_x - N_1) \sin \Psi_1 + \alpha \sigma_2 \chi_2 (\beta_x - N_2) \sin \Psi_2 ] = 0,$$

или в друг вид:

$$d^2 \Psi_1 / d\tau^2 + A_1 \cdot (\sigma_1 \cdot \cos \Psi_1 + \alpha \cdot \sigma_2 \cdot \cos \Psi_2) + A_2 \cdot S = 0 \quad (3.1.4.7)$$

Тук са въведени означенията  $A_1 = (\beta_x^2 - 1) / \gamma \cdot \beta_{p1}$ ,  $A_2 = \beta_y / \gamma \cdot \beta_{p1}$ ,

$$S = \sigma_1 \cdot \chi_1 \cdot (\beta_x - N_1) \cdot \sin \Psi_1 + \alpha \cdot \sigma_2 \cdot \chi_2 \cdot (\beta_x - N_2) \cdot \sin \Psi_2$$

Както се вижда от (3.1.4.7), динамиката на захвата и последващото ускорение на зарядите от вълните се описва от нелинейни, нестационарни уравнения. Поради това за анализа на (3.1.4.7) е необходимо да се използват числени методи. Тъй като има няколко свободни параметъра, задачата е със значителна трудоемкост, поради което по-долу са изложени само няколко случая от изучавания процес. Ако въведем всички положени изрази в уравнението (3.1.4.7) ще получим уравнението в окончателен вид, (3.1.4.8), приложен в изследванията с числени методи показани в тази глава.

### 3.2.1. Резултати от числените пресмятания. Цифров експеримент 2

Нека приемем следните начални параметри за вълната както следва:

$u_1 = 0.2$ ,  $\beta_{p1} = 0.5$ ,  $\gamma_{p1} = 1.15471$ ,  $v_1 = 0.9697716$ ,  $\sigma_1 = 0.25403$ ,  $\chi_1 = -0.05038$ ,  $\Psi_1(0) = 1.161$ ,  $a = 0$ ,  $h = 100$ ,  $g_y(0) = 0$ , където  $a \equiv d\Psi_1 / d\tau |_{\tau=0}$ ,  $g_y = \gamma \cdot \beta_y$ .

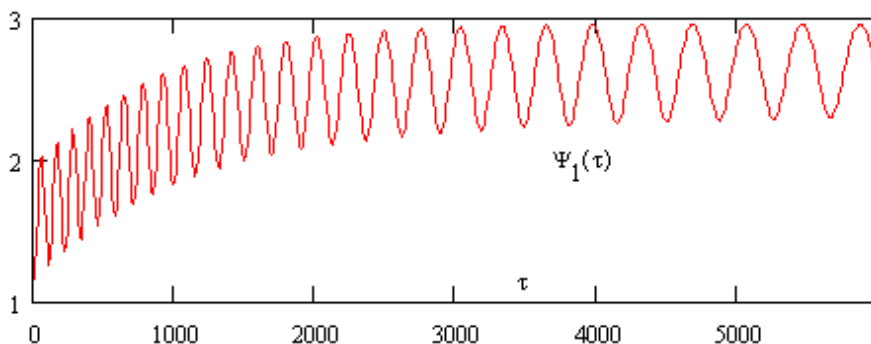
Амплитудата на първата мода е с 10 % над праговата стойност  $\sigma_c = u_1 \cdot \gamma_{p1}$  съответстваща на захвата на частица от вълната в режим на неограничено ускорение и имаме  $\sigma_1 = 1.1 \sigma_c$ . Фазовата скорост на втората мода ще бъде по-ниска от скоростта на светлината ( $\beta_{p2} < 1$ ) ако стойността на параметър  $\alpha$  е в следните граници  $0.98477 < \alpha < 1.00487$ . Тук сме приели  $\alpha = 1.0048$ .

Параметрите на втората вълна са следните:

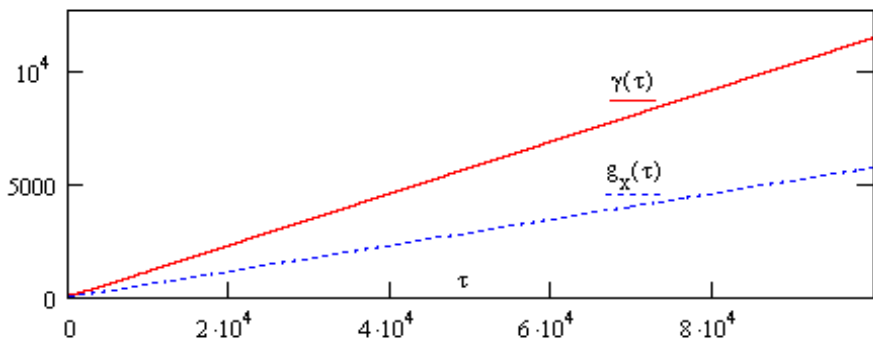
$\beta_{p2} = 0.06217$ ,  $\chi_2 = -7.694 \cdot 10^{-4}$ ,  $v_2 = 0.96053$ ,  $u_2 = 0.19904$ ,  $\delta = 8.08118$ ,  $\varphi = \pi$ .

По такъв начин за интегралът на движение на частицата получаваме  $J = 0.12139$  и  $\sigma_2 = 0.25282$  за амплитудата на втората мода  $E_{02} = E_{01}$ .

Резултатите от числените пресмятания са дадени на Фиг. 3.2.1. 1 – Фиг. 3.2.1. 3.



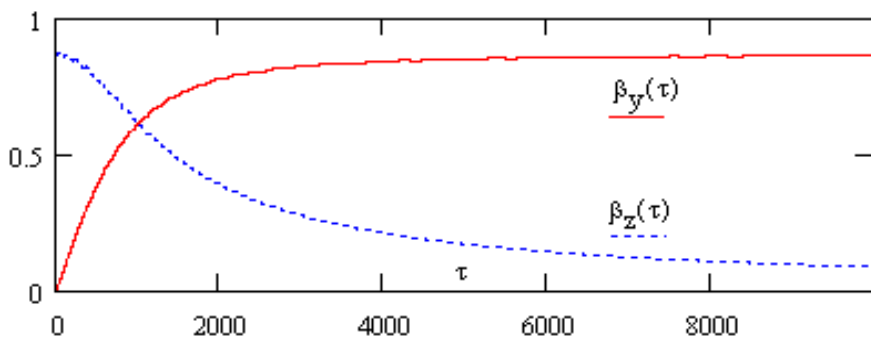
Фиг. 3.2.1. 1. Времева динамика на фазата на първата вълна  $\Psi_1(\tau)$ .



Фиг. 3.2.1.2. Графики на релятивисткия фактор  $\gamma(\tau)$  и компонентите на неговия импулс  $g_x(\tau) = \gamma \cdot \beta_x$ .

Графики на фазата на първата мода  $\Psi_1(\tau)$ , релятивисткия фактор на частицата  $\gamma(\tau)$  и нейната импулсна компонента  $g_x(\tau) = \gamma \cdot \beta_x$ , компонентите на скоростта на частицата  $\beta_y(\tau)$ ,  $\beta_z(\tau)$  са показани съответно на Фиг. 3.2.1.1. ÷ Фиг. 3.2.1.3. Съгласно тези фигури, в разглеждания случай, поради голямата разлика между фазовите скорости на модата ( $\beta_{p1} - \beta_{p2}$ ), втората вълна не може да предотврати захвата на заряда от първата мода и последващото силно ускорение [A2]. В границите на по-продължителни времена фазата  $\Psi_1(\tau)$  се приближава бавно към определена асимптотична стойност, както бе описано по-рано в работите [30], [31], [32], релятивисткият фактор на частицата  $\gamma(\tau)$  и компонентите на импулса и нарастват линейно във времето, компонентите на скоростта  $\beta_y(\tau)$ ,  $\beta_x(\tau)$  се приближават към техните асимптотични стойности, съответно  $(1 - \beta_{p1}^2)^{0.5}$ ,  $\beta_{p1}$ , докато компонентата на скоростта  $\beta_z(\tau)$  се стреми към нула.

Изчисленията ни показаха, че ако изберем  $\sigma_1 = 1.1 \sigma_c$ , когато амплитудата на първата мода е с 10% над праговата стойност, втората вълна ще предотврати захвата на частицата и последващото ѝ силно ускорение, когато разликата между фазовите скорости на модата  $|\beta_{p1} - \beta_{p2}|$  е по-малка приблизително с 14% от  $\beta_{p1}$ .



Фиг. 3.2.1. 3. Времева динамика на компонентите на скоростта на частицата.

### 3.3. Заключение

Резултатите от численото изследване са [A2].

➤ Направен бе анализ на захвата на заредени частици в режим на силно релативистко ускорение (сърфатронен механизъм) под въздействието на две електромагнитни вълни с крайни амплитуди в космическа плазма на базата на числени изчисления. Електромагнитните вълни се разпространяват напречно на слабо външно магнитно поле.

➤ Използвайки интегралът на движението, задачата бе сведена до решаването на нелинейно, нестационарно диференциално уравнение от втори ред описващо динамиката във времето на фазата на първата вълна по траекторията на захванатата частица.

➤ Изборът на начални параметри за задачата е от съществено значение за постигане на сърфатронно ускорение на частицата.

➤ В случай на достатъчно голяма разлика ( $> 14\%$ ) между фазовите честоти на вълните, влиянието на втората вълна върху захвата на частицата от първата мода и последващото ѝ силно ускорение е слабо [A2].

➤ Темпът на нарастване на енергията на захванатата частица се определя само от първата вълна.

➤ Това означава, че сърфатронният механизъм на ускорение за високо релативистки заредени частици настъпва под въздействието на електромагнитни вълнови пакети с крайна амплитуда ако разликата между скоростите на вълновите фази е достатъчно голяма.

➤ При малка разлика между скоростите на вълновите фази, стабилен захват на частица и нейното силно ускорение е невъзможно [A2].

Разгледаният механизъм за ускорение представлява голям интерес при изследванията свързани с зараждането на космическите лъчи, а също като обяснение на потоците бързи частици наблюдавани в околземната плазма от космическите апарати.

#### 4. Четвърта глава

##### 4.1. Резонансни взаимодействия вълна-частица с пакети електромагнитни вълни

##### 4.1.1. Изследване на ефективността на сърфатронното ускорение на заредени частици от пакет електромагнитни вълни в космическа плазма

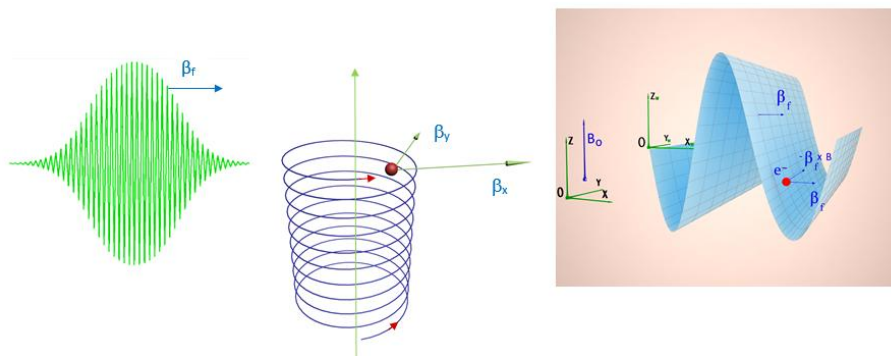
###### Кратко описание

- Представено е едно теоретично изследване на сърфатронния механизъм за релативистко ускорение на заредени частици в космическа плазма от пакет електромагнитни вълни с крайна амплитуда и неговата ефективност.
- Чрез числен анализ, проведен на базата на нелинейно, нестационарно диференциално уравнение от втора степен за фазата на вълновия пакет на траекторията на частицата, е изучаван сърфатронния механизъм за ускорение на заредени частици.
- Изследвано е влиянието на фазовата и групова скорости на носещата честота на вълновия пакет върху ефективността на ускорението.
- Определени са оптималните условия, при които слаборелативистки частици могат да бъдат захванати и ускорени от пакет от електромагнитни вълни до високо релативистки скорости, на базата на сърфатронния ефект на ускорение на заряда.

- Направен е анализ на скоростта на нарастване на енергията на ускоряемата частица в режим на сърфатронно ускорение
- Изследвана е времевата динамика на ускорението на частицата
- Направени са изводи за възможността за ултарелативистко сърфатронно ускорение на зарядите от пакет електромагнитни вълни с гладка обвиваща.
- Представените резултати в тази глава са базирани на публикациите [A1] - IF 1.751, [A3] - Invited Paper, [A4], [A5], [A6] и представените доклади [A8], [A9], [A10], [A11], [A13]-Invited talk, [A14], [A15].

#### 4.1.3. Теоретична обосновка и основни уравнения

Нека разгледаме ускорението на релативистки електрони Фиг. 4.1.2.1 от пакет електромагнитни вълни с р-поляризация с плавна лоренцова обвиваща на амплитудата на вълните, разпространяващи се по оста  $x$  в магнитоактивна плазма напречно на външно магнитно поле  $H_0$ , успоредно на оста  $z$ . Честотата на вълната съответства на горния хибриден резонанс. Съответно фазовата скорост  $\omega/ck_x$  е по-малка от скоростта на светлината във вакуум и е възможно да се осъществи резонанс на Черенков с ускоряемите частици. В предишни работи [29], [31] бе показано [A4], че при използваните в численото моделиране стойности на параметрите на задачата, електричното поле на вълната може да се счита за електростатично т.е.  $E(x, t) = E_x = A \cos \Psi$ , където  $\Psi = \omega t - kx$ ,  $A(x, t)$  определя плавната лоренцова обвивка на амплитудата. За удобство въвеждаме безразмерни променливи и параметрите:  $\beta = v/c$ ,  $\sigma = e E_0 / m c \omega$ ,  $\tau = \omega t$ ,  $\xi = kx$ ,  $\gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2}$  – релативистки фактор на частицата,  $u = \omega_{He} / \omega$ ,  $\omega_{He} = e H_0 / m c$  – нерелативистка циклотронна честота,  $E_0$  – амплитуда на вълната в центъра на пакета,  $\mu = e A / m c \omega$ .



Фиг. 4.1.2.1. Схема на взаимодействията на заредена частица с пакет електромагнитни вълни

Трябва да отбележим, че  $\beta_x = \beta_p [1 - (d\Psi / d\tau)]$ ,  $\beta_p = \omega / ck$ , а импулсът на електрона е равен  $p = m c \gamma \beta$ . Нека запишем релативистките уравнения за импулса на ускоряемия електрон [50], [29], [31]:

$$d(\gamma \beta_x) / d\tau = -\mu \cos \Psi - u \beta_y,$$

$$\gamma \beta_z = \text{const} \equiv h \quad (4.1.1)$$

$$d(\gamma \beta_y) / d\tau = u \beta_x$$

$$d\gamma / d\tau = -\mu \beta_x \cos \Psi$$

Използвайки (4.1.1) намираме интеграла за движение на ускорявания електрон  $J = \gamma \beta_y + u \beta_p (\Psi - \tau)$ . Отчитайки  $J$  получаваме релативисткия фактор  $\gamma$  и компонентата на скоростта на заряда:

$$\beta_y : \gamma = \{1 + h^2 + [J + u \beta_p (\tau - \Psi)]^2\}^{1/2} / (1 - \beta_x^2)^{1/2}$$

$$\beta_y = [J + u \beta_p (\tau - \Psi)] / \gamma.$$

Анализът на ускорението на зарядите, отчитайки лоренцовата обвивка на амплитудата, се извършва въз основа на произтичащото от (4.1.1) нелинейното нестационарно уравнение за фазата на вълната  $\Psi$  на траекторията на електрона [29], [31], [A4], [A1]:

$$d^2 \Psi / d\tau^2 - [\Lambda (1 - \beta_x^2) / \gamma \beta_p] \cos \Psi - (u \beta_y / \gamma \beta_p) = 0 \quad (4.1.2)$$

$$\Lambda = \sigma / [1 + \{(\tau - \Psi) / \rho\}^2]$$

където  $\rho = \omega L / c$ ,  $L$  е характерната полуширина на вълновия пакет с лоренцова обвивка на амплитудата. Началните данни за решаването на уравнението (4.1.2) взимаме във вида  $\Psi(0) = \Psi_0$ ,  $\Psi_\tau(0) = a$ . Съответно имаме  $\beta_x(0) = \beta_p (1 - a)$ . Въвеждаме компонентата на безразмерния импулс на частицата  $g_x = \gamma \beta_x$ ,  $g_y = \gamma \beta_y$ . Праговата стойност на безразмерната амплитуда на вълната е равна на  $\sigma_c = u \gamma_p$ , където  $\gamma_p = 1 / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$  е релативисткия фактор на ускоряващия вълнови пакет. Захватът на заредената частица настъпва при амплитуди на вълната  $\sigma > \sigma_c$ .

#### 4.1.4. Цифрово изследване на сърфатронно ускорение на заредени частици от пакет електромагнитни вълни

Нелинейното уравнение (4.1.2) се решаваше числено [A1], със съответните начални данни. За достатъчно големи времена на ускорението численото решение трябва да излиза на следните асимптотични значения за компонентите на скоростта и релативисткия фактор на заряда  $\gamma(\tau) \approx u \beta_p \gamma_p \tau$ ,  $\beta_x(\tau) \approx \beta_p$ ,  $\beta_y \approx -1 / \gamma_p$ .

За да се намери диапазона на началните фази  $\Psi(0)$ , при които настъпва захват на заряда в режим на сърфатронно ускорение от вълната, се фиксира фазовата скорост на вълната  $\beta_p$ , при което се приема  $0 < \beta_p < 1$ . Амплитудата на вълната  $\sigma$  се избира малко над праговата стойност  $\sigma_c$ , а именно  $\sigma = 1.57 \sigma_c$ . След което с числови пресмятания през относително малки времена  $\tau \sim 25000$  се определя диапазонът на началните фази, при който настъпва захват на заряда от вълновия пакет в режим на сърфатронно ускорение. При избора на параметъра  $\rho = 5 \cdot 10^4$  интервалът на изчисление е избран равен на  $(0 \leq \tau < 10^5)$ , доколкото излитането на захванатата частица от областта, където полето на вълната е било с по-висока стойност от праговата за сърфинг стойност, настъпва при времена от порядъка на  $8 \cdot 10^4$ .

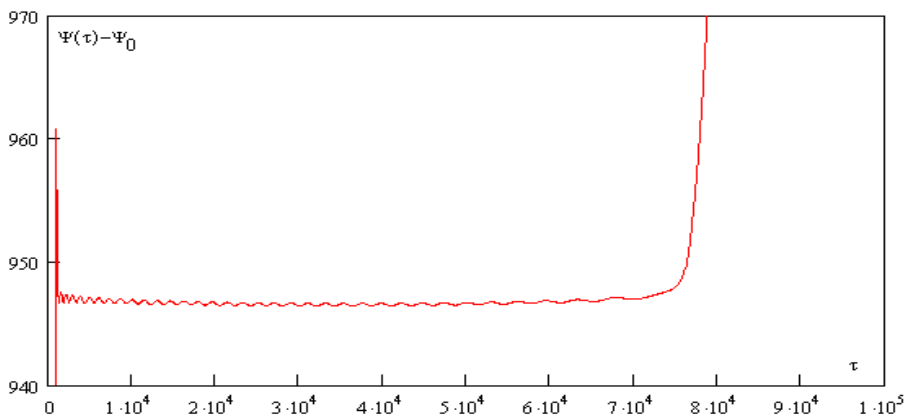


Ще покажем за начало резултатите от изчисленията [A1] за следния вариант на избрани параметри за задачата  $\beta_p = 0.9$ ,  $u = 0.29$ ,  $\sigma = 1.57 \sigma_c$ ,  $h = 0.31$ ,  $h = 0.31$ ,  $g \equiv \gamma(0)$ ,  $\beta_y(0) = 0.41$ ,  $\rho = 5 \cdot 10^4$ ,  $a = 0$ , съответстващи на слабoreлативистки начални енергии на заредената частица  $\gamma(0) = 2.652$ . Таблица 4.1.1 показва някои стойности на началната фаза  $\delta\Psi(0)$  и съответните им стойности на времето  $\tau_c$ , при които настъпва улавяне на частицата от вълната в режим на сърфатронно ускорение. Началното положение на частицата съответства на лявата граница на областта, полето на вълната е над праговата стойност и  $\Psi(0) = \phi + \delta\Psi(0)$ , където  $\phi = 2\pi \cdot 5440$ ,  $|\delta\Psi(0)| < \pi$ .

Таблица 4.1.4.1.

$\delta\Psi_0$	3	2	1	0	- 1	- 2	- 3	1.5	- 1.5
$\tau_c$	0	0	>25к	>25к	>25к	>25к	0	>25к	>25к
$\delta\Psi_0$	1.7	1.8	1.9	1.85	1.84	1.83	1.835	1.834	1.833
$\tau_c$	>25к	>25к	0	0	0	>25к	0	0	>25к
$\delta\Psi_0$	2.5	0.5	- 2.5	- 0.5	- 1.7	- 1.8	- 1.9	- 1.85	- 1.75
$\tau_c$	0	>25к	0	>25к	>25к	878	>25к	>25к	>25к
$\delta\Psi_0$	1.3	1.4	1.35	1.2	1.15	1.1	1.05	0.8	0.25
$\tau_c$	3453	>25к	3212.	3288	549	>25к	>25к	22.74	>25к

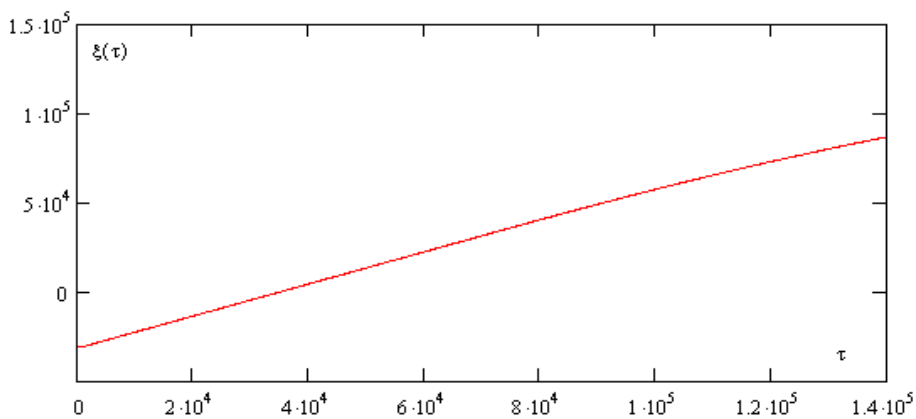
От данните в Таблица 4.1.4.1. се вижда, че захватът на заряда в режим на сърфинг силно зависи от стойността на началната фаза  $\Psi(0)$ , при това съвсем немонотонно. Както показват изчисленията, за повечето начални  $\delta\Psi(0)$  от интервала  $(-\pi, \pi)$ , улавянето на частицата от вълната в режим на ускорение настъпва веднага при относително малки времена  $\tau$ , в сравнение с времето на ултрарелативисткото ускорение  $\tau_a \sim 8 \cdot 10^4$ , което съответства на увеличение на енергията на три, четири порядъка [A1]. За случая  $\Psi(0) = -1.8$  при  $\beta_p = 0.9$ , когато улавянето на частицата от вълната настъпва при  $\tau \approx 878$ . Графиките на фазата  $\Psi(\tau)$ , преместването на частицата в посока на разпространението на вълната  $\xi = \omega x(t) / c$  са показани на Фиг. 4.1.4.1 и Фиг. 4.1.4.2. До улавянето на заряда от вълната фазата монотонно нараства  $\langle \Psi(\tau) \rangle \sim \tau$ , зарядът извършва ларморовско въртене във външно магнитно поле, при което за сметка на известно изменение на напречната енергия ларморовският радиус се явява променлив. След улавянето на частицата в ефективна потенциална яма, фазата се колебае около определена стойност, съответстваща на дъното на тази яма. По време на ускорението на заряда амплитудата на осцилациите намалява, а периодът им нараства. Тъй като уловеният заряд се премества заедно с вълната със скорост  $\beta_x \approx \beta_p$  координатата  $\xi(\tau)$  нараства  $\xi(\tau) \sim \beta_p \tau$ . Излитането на частицата от ефективната потенциална яма, при намаляването на полето на вълната под праговата стойност, настъпва при  $\tau \approx 7.6 \cdot 10^4$



Фиг. 4.1.4.1. Динамика на фазата на вълната на траекторията на уловената частица

когато максималната стойност на енергията на ултрарелативисткия електрон съответства на  $\gamma_{\max} \approx 4.436 \cdot 10^4$  [A1].

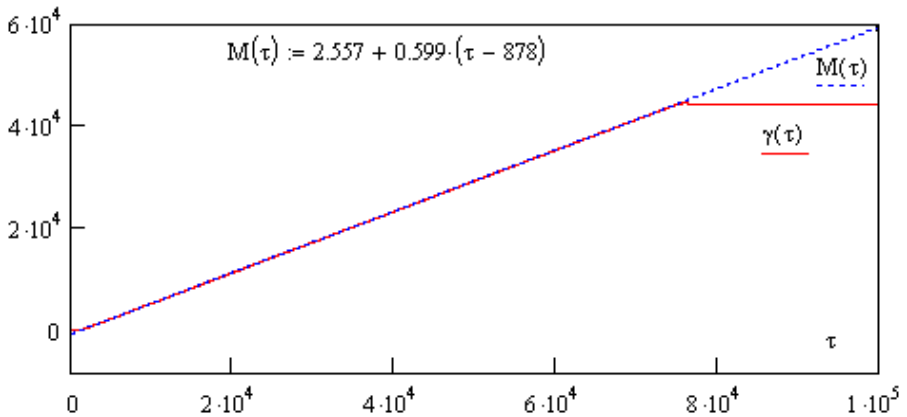
Графиките на релативисткия фактор  $\gamma(\tau)$  и на неговата аналитична апроксимация  $M(\tau)$  са представени на Фиг. 4.1.4.3. Както се вижда, с изключение на малък начален времеви интервал, енергията на уловената частица нараства с практически постоянен темп на ускорение  $d\gamma / d\tau \approx 0.599$ . Напречните на външното магнитно поле  $H_0$  компоненти на импулса на захванатата частица  $g_x$ ,  $g_y$  имат следната динамика: до улавянето на частицата от вълната тези импулси осцилират (вариациите им са малки), но след захвата настъпва монотонно нарастване  $g_x$  и  $g_y$  спрямо асимптотичните стойности  $g_x \approx \gamma \beta_p$ ,  $g_y \approx \gamma / \gamma_p$ .



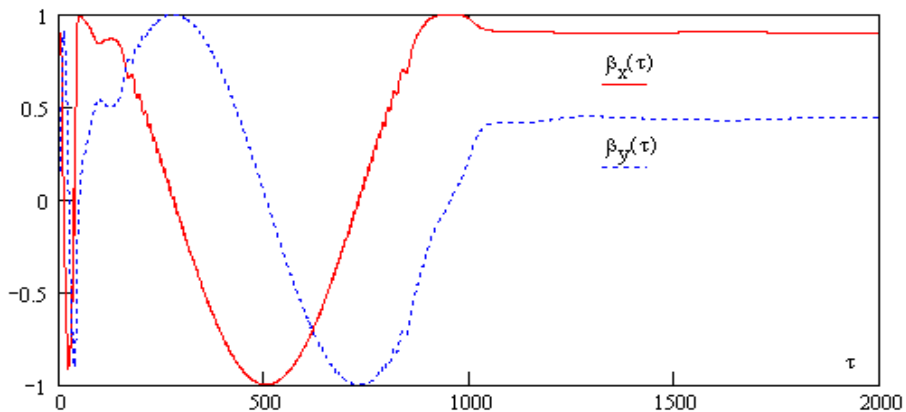
Фиг. 4.1.4.2. Графика, описваща преместването на частицата по направление на вълновия фронт

Динамиката на компонентите на скоростта на слабoreлативисткия заряд  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ , перпендикулярни на външното магнитно поле е показана на Фиг. 4.1.4.4 за  $\tau < 2000$ . От Фиг. 4.1.4.4 се вижда, че до улавянето на частицата от вълната, тя извършва циклотронно въртене. След захвата на заряда при силно ускорение компонентите на скоростта се приближават до указаните по-горе асимптотични стойности. За нелинейния осцилатор  $\Psi(\tau)$  в режим на ускорение на частицата, изобразяващата точка на фазовата равнина  $(\Phi, \Psi)$ , където  $\Phi(\tau) = d\Psi(\tau) / d\tau$ , се приближава към устойчив фокус, но сравнително бавно. Изчисления на други варианти на началните параметри и друга начална фаза, дават аналогични резултати [A1].

Привеждаме още резултати от изчисления за по-ниска стойност на фазовата скорост на вълната т.е. в случая, когато  $h = 0.31$ ,  $\beta_p = 0.17$ ,  $u = 0.29$ ,  $\sigma = 1.57 \sigma_c$ ,  $g = \gamma(0) \beta_y(0) = 0.41$ ,  $\rho = 5 \cdot 10^4$ ,  $a = 0$ ,  $\gamma(0) = 1.141$ ,  $\sigma_c = 0.29428$ ,  $\phi = 2\pi \cdot 5440$ ,  $\gamma_p = 1.01477$ . При избора на начална фаза  $\delta\Psi_0 = 0.1$  улавянето на частицата от вълната настъпва при  $\tau_{tr} \approx 20\ 635$ , ускорението продължава до  $\tau_a \approx 9.25 \cdot 10^4$ . След това частицата попада в област, където вълновото поле е с по-ниска стойност от праговата стойност, ускорението приключва и започва циклотронно въртене. Максималната стойност на енергията на ускоряваната частица съответства на  $\gamma_{max} \approx 3604$ , т.е. значително по-ниска в сравнение с предишния вариант. Това се обуславя от значително по-ниската фазова скорост на вълната, а също така и от достатъчно голяма стойност на времето  $\tau_{tr}$ , при което се осъществява захват на заряда от вълната. В този случай темпът на ускорение на частицата е от порядъка на  $d\gamma / d\tau \approx 0.05$ . Аналитичната апроксимация на нарастването на релятивисткия фактор на уловената частица има вида вид  $M(\tau) = 1.128 + 0.05 \cdot (\tau - 20900)$ . За сравнително малките времена  $\tau < 2000$ , когато частицата не е захваната, графиките на нейните напречни компоненти на импулса са приведени на Фиг. 4.1.4.5. Те показват циклотронното въртене на заряда, но тъй като уравнението се явява нелинейно спрямо осцилатора  $\Psi(\tau)$ , се наблюдава достатъчно сложна, нестационарна, ефективна потенциална яма.

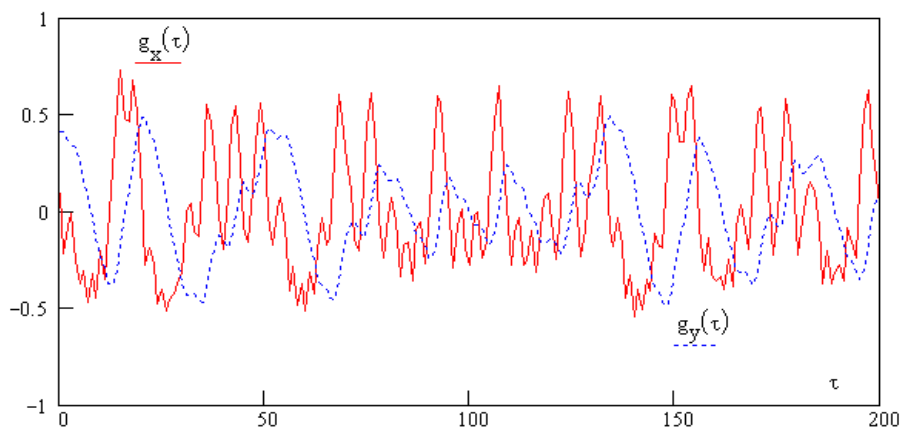


Фиг. 4.1.4.3. Графика на релятивисткия фактор  $\gamma(\tau)$  и на неговата аналитична апроксимация  $M(\tau)$ .

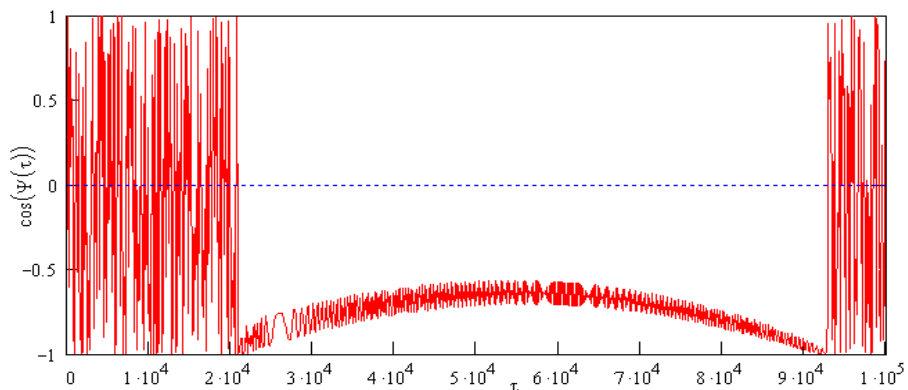


Фиг. 4.1.4.4. Динамиката на компонентите на скоростта на слабoreлативистки заряд  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ , перпендикулярни на външното магнитно поле за  $\tau < 2000$ .

На Фиг. 4.1.4.6 е дадена графиката на функцията  $\cos \Psi$ , определяща темпа на ускорение на частицата от вълновия пакет. Вижда се, че до момента на захвата на частицата от вълновия пакет и след излитането от ефективната потенциална яма, функцията  $\cos \Psi$  осцилира с голяма скорост с нулева средна стойност. За захванатата частица  $\cos \Psi < 0$ , което съответства на локализация на заряда в областта на ускорителното вълново поле. Структурата на фазовата равнина ( $\Phi(\tau)$ ,  $\varphi(\tau)$ ) на осцилатора  $\Psi(\tau)$  за захванатата частица във времеви интервал  $28000 < \tau < 57000$  е представена на Фиг. 4.1.4.7, където за прегледност е въведена функцията  $\varphi(\tau) = \Psi(\tau) - \Psi(20624)$ . Графиката свидетелства за наличието на особена точка за траектория от типа устойчив фокус за захванатата частица с кондензация на дъното на ефективната потенциална яма. След излитане на заряда от ефективната потенциална яма, структура-



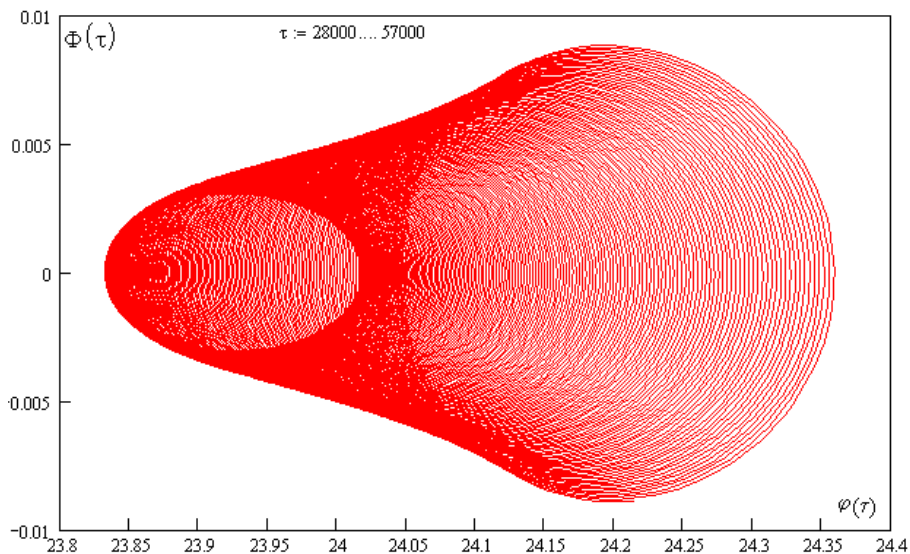
Фиг. 4.1.4.5. Графики на напречните компоненти на импулса на свободна частица.



Фиг. 4.1.4.6. Крива на функцията, определяща темпа на ускорение на заредената частица от вълновия пакет [A8], [A9]

та на фазовата равнина е напълно аналогична, например на тази за взаимодействия с вълните на Ленгмюр и на взаимодействията със свободни частици.

Изложени са резултатите от числените пресмятания на захвата и силното ускорение на заряди в магнитоактивна плазма при взаимодействието им с пространствено локализиран вълнов пакет, разпространяващ се напречно на достатъчно слабо външно магнитно поле и имащ лоренцова обвиваща амплитуда на електричното поле.



Фиг. 4.1.4.7. Структура на фазовата равнина на функцията  $[\Phi(\tau), \phi(\tau)]$ , показваща наличието на особена точка на траекторията на захваната частица от типа устойчив фокус [A1].

Задачата е сведена до анализа на нестационарно, нелинейно уравнение от втори ред от дисипативен тип за фазата на вълновия пакет на носещата честота на траекторията на частицата.

Чрез изчисления е показано, че при неблагоприятна първоначална фаза на вълновия пакет на носещата честота за слабoreлативистки частици, захватът им, в режим на сърфинг, настъпва за доста широк диапазон от начални условия. Ултрарелативисткото ускорение на частиците позволява да нарасне енергията им с  $3 \div 4$  порядъка и повече.

Съгласно направените изчисления за реализация на оптимален сърфинг на заряди с ултрарелативистко ускорение е необходимо да бъдат изпълнени следните условия [A1]:

- 1) за улавянето на частицата от вълната е необходимо нейната амплитуда да е висока от праговата стойност,
- 2) трябва да е осъществен резонанс на черенковски вълна-частица,
- 3) фазата на вълната на траекторията на заряда трябва да е благоприятна за улавянето на частицата

При отсъствие на захват настъпва циклотронно въртене на частиците и даже при този процес е възможно доускоряване на частиците със съответно (с порядък) увеличение на енергията им.

## **4.2. Релативистко ускорение на заредени частици от пакети електромагнитни вълни в космическа плазма**

### **4.2.1. Числен експеримент по релативистко ускорение на заредени частици от пакети електромагнитни вълни с лоренцова обвиваща на амплитудата**

#### **Кратко описание**

- Изследван е сърфатронния механизъм за ускорение на релативистки частици в космическа плазма от пространствено локализиран пакет от електромагнитни вълни с плавна лоренцова обвиваща на амплитудата [A4].
- Разгледана е зависимостта на улавяне на частиците от вълновия пакет в режим на ултрарелативистко сърфатронно ускорение от изходните параметри на задачата.
- Показано е, че захватът на частиците се извършва в достатъчно широк диапазон.
- Изучена е времевата динамика на процесите на захващане и последващо ултрарелативистко ускорение на частиците с възможно циклотронно въртене в началния етап за взаимодействие с вълновия пакет.
- Получени са асимптотичните значения на компонента на импулса и енергията на частиците при силно сърфатронно ускорение.
- Резултатите в този раздел са базирани на [A4], [A5], [A6], [A10], [A11], [A14], [A15].

### **4.2.2. Резултати от числения експеримент по релативистко ускорение на заредени частици от пакети електромагнитни вълни с лоренцова обвиваща на амплитудата**

За да намерим диапазоните от начални фази  $\Psi(0)$ , при които настъпва улавяне на заряда в режим на сърфатронно ускорение от вълната, фиксираме фазовата скорост на вълната  $\beta_p$  в интервала  $(0, 1)$ . Амплитудата на вълната  $\sigma$  се избира по-висока от праговата стойност  $\sigma_c$ , а именно  $\sigma = 1.57\sigma_c$ . Чрез числени симулации за времена  $\tau \sim 90000$  се определя диапазонът на началните фази, в който настъпва улавяне на заряда в режим

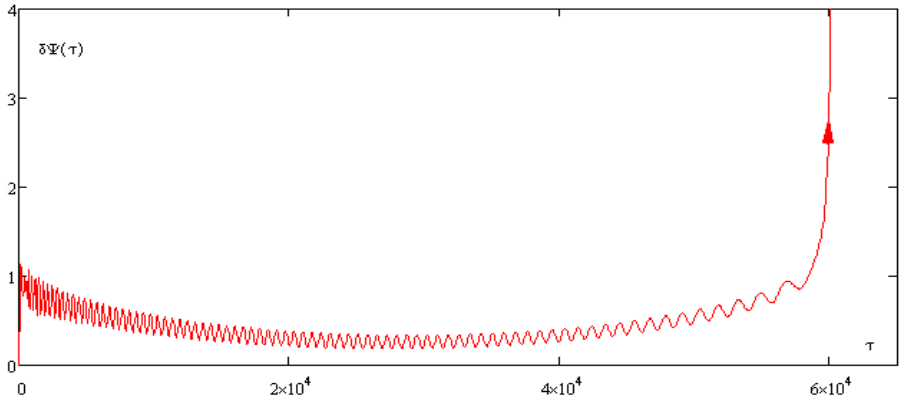
на сърфатронно ускорение от вълновия пакет. При избора на параметъра  $\rho = 4 \cdot 10^4$  интервалът на изчисления се избира равен на  $0 \div 9 \cdot 10^4$ , доколкото излитането на захванатата в областта частица, където полето на вълната е с по-висока стойност от праговата за сърфинг, настъпва при времена от порядъка на  $0 \div 8.4 \cdot 10^4$ .

Да разгледаме отначало резултатите от изчисленията за следния вариант на избрани параметри на задачата [A4]  $u = 0.3$ ,  $h = 10$ ,  $g_y(0) = 0.41$ ,  $\beta_p = 0.61$ ,  $\sigma = 1.57\sigma_c$ ,  $\rho = 4 \cdot 10^4$ ,  $a = 0$ , съответстващи на слабoreлативистки начални енергии на заредената частица  $\gamma(0) = 12.639$ . В Таблица 4.2.2.1 са представени редица стойности на началните фази  $\delta\Psi(0)$  и съответстващите им стойности на времето  $\tau_c$ , при които настъпва захват на частицата от пакета в режим на сърфатронно ускорение. Началното положение на частицата съответства на лявата граница на областта, където полето на вълната е по-високо от праговата стойност. Лявата граница на областта на захват  $\Psi_L$  се оценява по формулата  $\Psi_L = \{ [ (\sigma / \sigma_c) - 1 ] / \rho \}^{1/2}$ . Отчитайки стойностите на изходните параметри е положено  $\Psi(0) = \phi + \delta\Psi(0)$ ,  $|\delta\Psi(0)| < \pi$ , където  $\phi = 2\pi \cdot 4506$  [A4].

Както се вижда от Таблица 4.2.2.1 [A11], [A14], зоната на стойностите  $\delta\Psi(0)$ , съответстващи на захванатите и прелетели частици се редуват, което свидетелства за сложната структура на нестационарния ефективен потенциал за нелинейния осцилатор  $\Psi(\tau)$ . Случая на улавяне на частицата в режим на ултрарелативистко ускорение е представен на Фиг.4.2.2.3, 4 за варианта  $\delta\Psi(0) = +2.0$ . При това времето за захват на частицата е  $\tau_c \approx 0$ , а времето за излитането ѝ след преминаване през областта на вълновия пакет, където полето е по-високо от праговата стойност е от порядъка на  $\tau_d \approx 58797$  (където  $\tau_d$  - време на излитане на частицата).

Таблица 4.2.2.1.

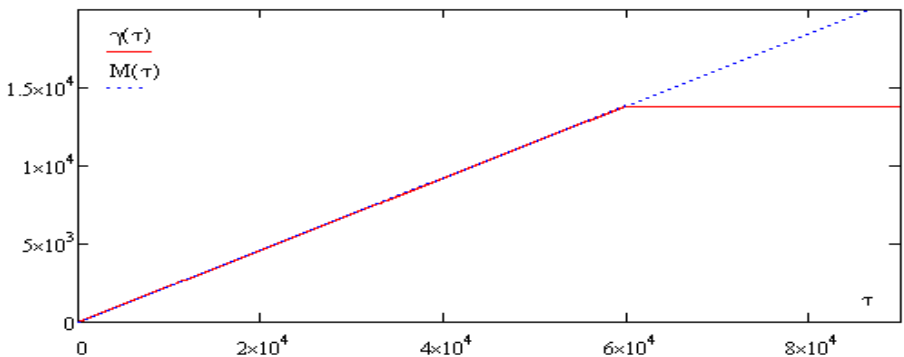
$\delta\Psi_0$	-3	-2.9	-2.80	-2.7	-2.60	-2.50	-2.40	-2.30	-2.20	-2.1
$\tau_c$	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k
$\delta\Psi_0$	-2.0	-1.9	-1.80	-1.7	-1.60	-1.50	-1.40	-1.30	-1.20	-1.10
$\tau_c$	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	55088	>90k	>90k	>90k
$\delta\Psi_0$	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	0.1
$\tau_c$	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	48301	>90k	>90k
$\delta\Psi_0$	-0.05	-0.02	-0.05	-0.001	0	0.001	0.01	0.02	0.03	0.05
$\tau_c$	>90k	>90k	14259	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k
$\delta\Psi_0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\tau_c$	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k
$\delta\Psi_0$	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.0
$\tau_c$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\delta\Psi_0$	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0
$\tau_c$	0	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k	>90k



Фиг.4.2.2.3. Графика на фазата на пакета на носещата честота за частица, захваната при  $\tau_c \approx 0$ , излитане на заряда при  $\tau_d \approx 58.8 \cdot 10^4$ .

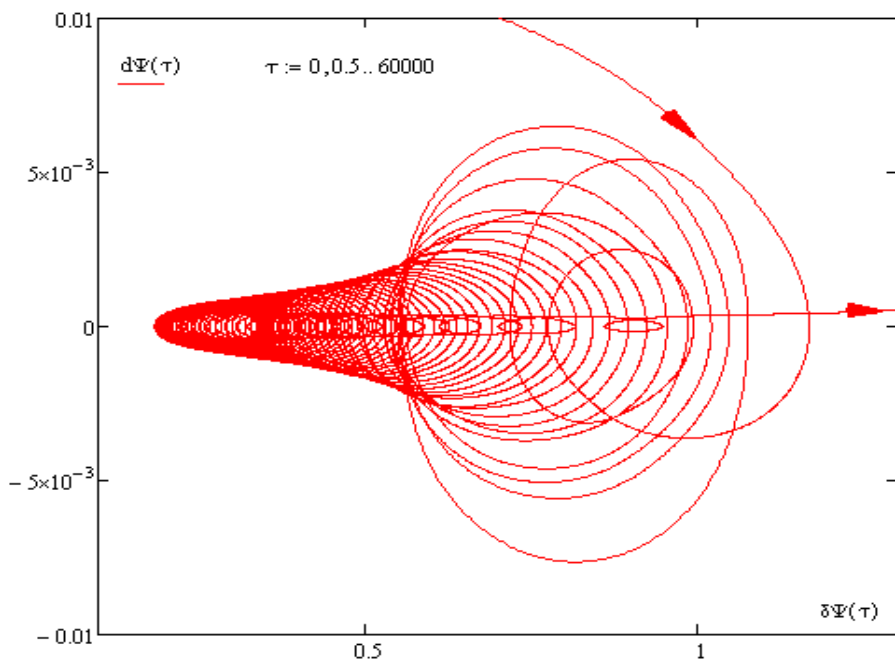
Графиката на фазата, показана на Фиг.4.2.2.3 се явява типична за захваната частица при ултарелативистко ускорение. Динамиката на релативисткия фактор на захванатата частица  $\gamma(\tau)$  и неговата аналитична апроксимация  $M(\tau)$  са показани на Фиг. 4.2.2.4 [A10]. Средният темп на ускорение е равен на 0.231, максималната енергия на ускорената частица съответства на  $\gamma_{\max} \approx 1.38 \cdot 10^4$  т.е. с четири порядъка над началната стойност.

Структурата на фазовата равнина за нелинейния осцилатор  $\Psi(\tau)$  е дадена на Фиг. 4.2.2.5 за интервала от време  $\tau \approx 0 \div 6 \cdot 10^4$ , където  $\Phi(\tau) = d\Psi / d\tau$ . Когато частицата е захваната за кривата в равнината  $(\Phi, \Psi)$  имаме особена точка от типа устойчив фокус. След излитането от ефективната потенциална яма, графиката съответства на тази на прелитащата частица. При ускорение надлъжната скорост на частицата по оста  $z - \beta_z$  намалява значително. Да приведем за сравнение нейните числени стойности:  $\beta_z(0) = 0.79$ ,  $\beta_z(4 \cdot 10^4) = 1.08 \cdot 10^{-3}$ .



Фиг. 4.2.2.4. Динамика на релативисткия фактор на захванатата частица  $\gamma(\tau)$  и нейната аналитична апроксимация  $M(\tau) = 12.6 + 0.231\tau$ .





Фиг. 4.2.2.5. Структура на фазовата равнина на нелинейния осцилатор  $\Psi(\tau)$  в диапазона  $\tau \approx 0 \div 6 \cdot 10^4$  [A4], [A13].

Изчисленията, също така показваха, че при разсинхронизиране на резонанса Черенков ( $a \neq 0$ ), при взаимодействието вълна-частица, отначало възниква циклотронно въртене на заряда, но след известно време е възможно улавяне на частица от пакета с последващо силно ускорение.

#### 4.3. Заключение

Резултатите от проведеня анализ могат да бъдат обобщени както следва [A4], [A9], [A10], [A13]:

На базата на числено решаване на нелинейно, нестационарно уравнение за фазата на вълната на траекторията на заредената частица е изследвано сърфатронното ускорение (слаборелативистко по начална енергия) на заряди от пакет електромагнитни вълни в космическа плазма, разпространяващи се напречно на слабо външно магнитно поле (вълна с достатъчно плавна лоренцова обвиваща амплитуда).

- Показано бе, че при неблагоприятна начална фаза на пакета на носещата честота и относително малка начална енергия на частиците захватът им в режим на сърфинг настъпва за доста широк диапазон от начални условия.

- Доколкото първоначалният циклотронен период на частицата във външно магнитно поле е относително малък, зарядът правейки ред жирообороти, попада в благоприятна за улавяне вълнова фаза, при едновременно изпълняване на условието за резонанс на Черенков. След захвата е възможно ултарелативистко ускорение на

частицата. По такъв начин броят на ускорените от вълновия пакет частици може да се окаже достатъчно голям вследствие на рязкото увеличение в пространството на областта на началните импулси, от която зарядът попада в режим на ефективно сърфатронно ускорение.

- По време на силното ускорение компонентите на импулса и релятивисткия фактор на уловената частица нарастват практически с постоянен темп.

ii. Съгласно направените изчисления за оптимална реализация на сърфинга на заряди с ултрарелятивистко ускорение, е необходимо да бъдат изпълнени следните условия:

- За улавянето на частицата от вълната, нейната амплитуда трябва да е над определена прагова стойност

- Необходимо е да се реализира резонанс на Черенков - резонансно взаимодействие вълна-частица.

- Фазата на вълната на траекторията на частицата трябва да бъде благоприятна за захвата на частицата

iii. Зависимостта на характера на ускорението от величината на фазовата скорост на вълната е следната.

- При избора на релятивистки стойности на фазовата скорост на вълната, най-голямо ускорение настъпва по посока на разпространение на вълната, темпът на ускорение на частицата е най-голям.

- В обратния случай на ниски стойности на фазовата скорост, основното ускорение се осъществява в посока на вълновия фронт, а темпът на ускорение значително намалява, например, на порядък. При зададената полуширина на вълновия пакет това означава съществено намаление на ефективността на ускорение.

Направеният числен анализ на сърфинга на релятивистки заряди на електромагнитни вълни [A4], [A5], [A6], [A10], [A11], [A14], [A15] представлява интерес за физиката на космическата плазма [33], [24], [90], [91], [68], [51], [52], [53] в частност, за интерпретацията на експериментални данни от регистрацията на потоци релятивистки частици в космически условия, включително около земното пространство. Освен това, както вече бе показано по-рано, един от възможните механизми на генерация на космически лъчи се явява сърфинга на заредени частици на електромагнитни вълни. В частност, в слънчевата хелиосфера характерните енергии при сърфатронно ускорение на зарядите [60], [61], [62] могат да достигат десетки-стотици GeV.

## 5. Приноси на дисертационния труд

Изучени са резонансните взаимодействия на заредени частици с една, две и пакети от електромагнитни вълни с крайна амплитуда в космическа плазма чрез числен експеримент.

1. При взаимодействие с една вълна вариациите в стойностите надлъжния импулс на електрона (дори с два порядъка) не влияят на улавянето и последващото силно ускорение на частиците до релативистки енергии.

2. При взаимодействие на частицата с две вълни, в случай на достатъчно голяма разлика ( $> 14\%$ ) между фазовите скорости на вълните, влиянието на втората мода върху захващането на частицата от първата и последващото ѝ силно ускорение е слабо.

- Темпът на нарастване на енергията на захванатата частица се определя само от първата мода.

- Силното ускорение на частицата от първата мода на електромагнитната вълна ще настъпи ако вълните са със сравними амплитуди и имат достатъчно голяма разлика във фазовите им скорости.

- При малка разлика между фазовите скорости на двете моди, стабилен захват на частица и нейното силно ускорение е невъзможно.

- Изведена е точната формула (диференциалното уравнение), позволяваща извършването на цифрови анализи за взаимодействията между две електромагнитни вълни и заредени частици в хомогенна плазма при наличие на слабо постоянно магнитно поле.

3. Пресмятанятията показваха, че ултрарелативисткото ускорение на частиците на основата на сърфатронния механизъм позволява да нарасне енергията им с 3-4 порядъка.

- Данните от реализираните цифрови симулации са нови доказателства в полза на хипотезата: „Сърфатронното ускорение на заредени частици от електромагнитни вълни в космическа плазма е един от възможните механизми за генерация на релативистки и свръхрелативистки частици в естествени условия“

- Предложен е термин, обясняващ поведението на частицата по време на резонансното взаимодействие и „показващ наличието на особена точка на траекторията на захваната частица от тип устойчив фокус“ (Фиг. 4.1.4.7, [A4], [A1]) и конична форма. Траекториите на този тип резонансни взаимодействия вълна-частица се предлага да се обозначават като траектория с наличие на особена точка от тип устойчив фокус с форма на двоен обемно инвертиран конус от тип  $W$ , или резонансна траектория тип  $W$  при сърфатронно ускорение.

4. Доказано е, че при избор на релативистки стойности на фазовата скорост на вълновия пакет, най-голямо ускорение настъпва по посока на разпространение на вълната и темпът на ускорение на частицата в това направление е най-голям.

- При ниски стойности на фазовата скорост на вълновия пакет, основното ускорение се осъществява в посока на вълновия фронт, а темпът на ускорение намалява с порядък.

- Сърфатронният механизъм за ускорение на частици, на базата на процеса за обмен на енергия на частиците чрез отдаване и приемане на енергия от и към вълната, може да ускорява заредени частици и едновременно с това да стратифицира енергийното им разпределение.

## **6. Списък с научните публикации и доклади по дисертационната тема**

### **Статии в реферирани списания с импакт-фактор:**

A1. Shkevov R., Erokhin N. S., Mikhailovskaya L.A., Zolnikova N. N. Numerical investigation of the efficiency of charged particles surfatron acceleration by wave packets in space plasma, JASTP, 2012, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jastp.2012.07.001>. JASTP V.99, p.p. 73-77, 2013. (*Shkevov et al., 2013 [A1]*) IF= 1.751

A2. Erokhin N., Zolnikova N., Shkevov R., Mikhailovskaya L.A., Trenchev P. On the charged particles surfatron acceleration in space plasma. C. R. Acad. Bulg. Sci. - ISSN 1310-1331 (Proceedings of the Bulgarian Academy of Sciences), T. 60, No.9, 2007, p.p. 967-972. (*Erokhin ... Shkevov et al., 2007 [A2]*) IF= 0.106

### **Доклади публикувани в сборници с трудове от конференции и конгреси**

#### **Поканени доклади публикувани в пълен текст:**

A3. Erokhin N.S., Shkevov R., Zolnikova N.N., Erokhin A.N., Mikhailovskaya L.A. Study of surfatron acceleration of electrons in space plasma for diverse longitudinal particle momentum. Proceedings of Ninth Scientific Conference with International Participation "Space, Ecology, Safety", 20-22 November 2013, Sofia, Bulgaria, SES 2013, ISSN 1313-3888, p.p. 549-555, 2014. (*Erokhin, Shkevov et al., 2014 [A3]*) - *Invited Paper.*

#### **Доклади публикувани в пълен текст:**

A4. Shkevov R., Erokhin N., Mikhailovskaya L., Zolnikova N. Relativistic acceleration of the charged particles by the wave packets in space plasma. Proceedings of the International Congress Science, Education Technology "40 Years Bulgaria - Space Country", 12-14 Sept. 2012, Scientists House - BAS, Varna, Bulgaria, Vol.1, p.p. 193-202. (*Shkevov et al., 2012 [A4]*)

A5. Erokhin N.S., Zolnikova N.N., Shkevov R. and Mikhailovskaya L.A. Capture and ultrarelativistic acceleration of electrons by electromagnetic waves packet in space plasma at the initial relativistic energies of the particles. Proceedings of the Tenth Anniversary Scientific Conference with International Participation "Space Ecology Safety", 12 - 14 November 2014, Sofia, Bulgaria, p.p. 11-17. (*Erokhin ... Shkevov et al., 2015 [A5]*)

A6. Erokhin N.S., Zolnikova N.N., Mikhailovskaya L.A., Shkevov R., Studying of electrons surfatron acceleration with a packet of electromagnetic waves in space plasmas, Proceedings of the International Conference MSS 2014 "Mode Conversion, Coherent Structures and Turbulence", Moscow, 24 - 27 November, 2014, p.p. 149-154. (*Erokhin ... Shkevov 2014 [A6]*)

A7. Erokhin N., Filonova E., Trenchev P., Shkevov R. Charged particles capture with unlimited acceleration regime in magnetic field. Second Scientific Conference with International Participation "Space, Ecology, Nanotechnology, Safety" 27 - 29 June 2007, Varna, Bulgaria, SENS 2007, p.p. 37-40. (*Erokhin ... Shkevov 2007a [A7]*)

### **Представени доклади и постери по темата на конференции и симпозиуми**

- A8. Erokhin N. S., Mikhailovskaya L.A., Zolnikova N.N., Shkegov R. Numerical investigation of surfatron acceleration efficiency of the charged particles by wave packets in space plasma. International Symposium on Recent Observations and Simulations of the Sun-Earth System II, Borovets, Bulgaria, September 11-16, 2011, ISROSES 2011. Book of Abstracts, p.22. ([Erokhin ... Shkegov 2011d1 \[A8\]](#))
- A9. Erokhin N.S., Zolnikova N.N., Shkegov R. and Mikhailovskaya. The capture to Cherenkov resonance and following surfatron acceleration of weakly relativistic charges in space plasmas by electromagnetic waves packet. 39-th Scientific Assembly of the Committee on Space Research (COSPAR), Mysore, India, 14-22 July, COSPAR 2012. Paper № D3.3-0021-12. <http://www.cospar-assembly.org/>. ([Erokhin ... Shkegov et al., 2012d1 \[A9\]](#))
- A10. Shkegov R., N. Erokhin, L. Mikhailovskaya, N. Zolnikova. Relativistic acceleration of the charged particles by the wave packets in space plasma. Proceedings of the International Congress Science, Education Technology "40 Years Bulgaria - Space Country", 12-14 September 2012, Scientists House - BAS, Varna, Bulgaria. <http://www.space.bas.bg/>. ([Shkegov et al., 2012d2 \[A10\]](#))
- A11. Shkegov R., Nikolay Erokhin, Nadezhda Zolnikova, Ludmila Mikhailovskaya. Analysis of charged particles trajectory dynamics accelerated by the wave packet in space plasma. „The 12th Scientific Assembly of the IAGA, August 25-31, 2013, Yucatan, Mexico“, IAGA 2013. Paper 4.1-43. Abstract volume IAGA 2013 - p. 244. ([Shkegov et al., 2013d1 \[A11\]](#))
- A12. Shkegov R., Erokhin N.S., Zolnikova N.N., Mikhailovskaya L.A. Analysis of protons surfatron acceleration by the electromagnetic wave in space plasma. "Fifth Workshop Solar Influences on the Magnetosphere, Ionosphere and Atmosphere", Nessebar, Bulgaria, 3-7 June 2013" - Conference program - p.1. ([Shkegov et al., 2013d2 \[A12\]](#))
- A13. Erokhin N.S., Shkegov R., Zolnikova N.N., Erokhin A.N., Mikhailovskaya L.A. Study of surfatron acceleration of electrons in space plasma for diverse longitudinal particle momentum Ninth Scientific Conference with International Participation "Space Ecology Safety", 20 - 22 November 2013, Sofia, Bulgaria, SES 2013. Conference program - p.5, <http://www.space.bas.bg/>. ([Erokhin, Shkegov et al., 2013d3 \[A13\]](#)) - *Invited talk*
- A14. Shkegov R., Erokhin N.S., Zolnikova N.N., Mikhailovskaya L.A. Analysis of the interesting cases of electrons surfatron acceleration in space plasma. Tenth Anniversary Scientific Conference with International Participation "Space Ecology Safety", 12 - 14 November 2014, Sofia, Bulgaria. Conference program - p.5. ([Shkegov et al., 2014d1 \[A14\]](#))
- A15. Erokhin N.S., Zolnikova N.N., Mikhailovskaya L.A., Shkegov R. Studying of electrons surfatron acceleration with a packet of electromagnetic waves in space plasmas. International Conference "Mode Conversion, Coherent Structures and Turbulence", MSS 2014, 24 - 27 November, Moscow, Russia, 2014, Conference program - p.7. ([Erokhin ... Shkegov 2014d2 \[A15\]](#))

## 7. Използвани символи и съкращения. Списъци с таблици и фигури

Таблица 7.1

Използвани символи	Математично описание	Текстово описание на символа
A		Амплитуда на вълната
a		Параметър, характеризиращ разсинхронизирането на резонанса на Черенковски
c		Скорост на светлината
e		Заряд на електрона
g	$g = \gamma(0) \cdot \beta_y(0)$	Безразмерен импулс на заряда по съответната ос (y - по фронта на вълната)
h	$h = \gamma \cdot \beta_z$	Безразмерен импулс на заряда по оста z
j		Плътност на тока
k		Вълново число
m		Маса на електрона
J	$J = g + u \cdot \beta \cdot \Psi(0)$	Интеграл на движението на заряда
N	$N = \frac{ck}{\omega}$	Показател на пречупване на плазмата
n <sub>0</sub>		Невъзмутена плътност на електроните в плазма
M		Аналитична апроксимация на релативисткия фактор на частицата
L		Характерна полуширина на вълновия пакет
cos Ψ(τ)		Функция характеризираща динамиката на ускорението на частицата
u	$u = \frac{eH_0}{mc\omega}$	Отношение на циклотронната честота на електрон към честотата на вълната
$\vec{E}$ , E		Вектор на електричното поле
E <sub>0</sub>		Амплитуда на електричното поле на вълната
$\vec{H}$ , H		Вектор на магнитното поле
H <sub>0</sub>		Напрегнатост на постоянното магнитното поле
$\vec{p}$ , p		Вектор на безразмерния импулс на заряда
p	$p(\tau) = \gamma \cdot \beta_y(\tau)$	Безразмерен импулс на заряда по съответната ос
v	$v = (\omega_{pe} / \omega)^2$	Отношение на ленгмюровата честота към жиро честотата на електрона в плазма

$\beta_p, v_p$	$\beta_p = \frac{\omega}{ck}$	Фазова скорост на вълната (безразмерна), нормирана на скоростта на светлината
$\vec{\beta}, \beta_x, \beta_y, \beta_z$	$\beta_x = \beta \left[ 1 - \frac{d\Psi}{d\tau} \right]$	Скорост на частицата (безразмерна) и нейните компоненти по съответните оси
$\epsilon$		Диелектрична проницаемост
$\epsilon_L, \epsilon_{\parallel}, \epsilon_c$		Компоненти на тензора на диелектричната проницаемост
$\gamma$	$\gamma = \frac{\sqrt{1+h^2+p^2}}{\sqrt{1-\beta_x^2}}$	Релятивистки фактор на заредената частица
$\sigma$	$\sigma = \frac{eE_0}{mc\omega}$	Електрично поле на вълната (безразмерно)
$\sigma_c$	$\sigma_c = u\gamma_p,$ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$	Прагова амплитуда на електричното поле на вълната (безразмерна)
$\Psi$		Фаза на вълната
$\tau$	$\tau = \omega.t$	Безразмерно време
$\tau_c, \tau_{tr}$		Време на улавяне на частицата
$\tau_a$		Време за ускорение на частицата
$\tau_c$		Време на улавяне на частицата
$\tau_d$		Край на времето за ускорение на частицата
$\rho$		Параметър характеризиращ дебелината на вълновия пакет
$\xi$	$\xi = k_0 \cdot x$	Кратна на вълновото число к координата x
$\eta$	$\eta = k_0 \cdot y$	Кратна на вълновото число к координата y
$\Lambda$	$\Lambda = \frac{\sigma}{1 + [(\tau - \Psi)/\rho]^2}$	Лоренцова обвиваща на амплитудата на вълновия пакет
$\omega$		Кръгова честота на вълната
$\omega_{He}$	$\omega_{He} = \frac{e.H_0}{mc}$	Циклотронна честота (жирочестота) на електрона в плазма
$\omega_{pe}$	$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot e^2 \cdot n_0}{m}}$	Ленгмюрова (плазмена) честота на електрона

LWFA - Laser WakeField Accelerator- лазерен ускорител базиран на килватерна вълна

PBWA - Plasma Beat Wave Accelerator - ускорител на частици с биеща вълна

SMLWFA - Self-Modulated Laser WakeField Accelerator - самомодулиран лазерен ускорител на килватерна вълна

UCLA - University of California, Los Angeles - Университет на Калифорния, Лос Анджелис

## 8. Библиография

1. *Alexandrov et al., 1988*; Alexandrov, A. F., Bogdankevich L. S., and Rukhadze A. A. Principles of Plasma Electrodynamics. Vysshaya Shkola, Moscow, 1988; Springer, Berlin, 407p., 1984.
2. *Alexandrov and Kuzelev 2011*; Александров, А. Ф., Кузелев М. В. Теоретическая плазменная электротехника. МГУ имени М. В. Ломоносова, Физический факультет, 167с., 2011.
3. *Alfvén and Falthammer 1963*; Alfvén H. and Falthammer C.-G. Cosmical Electrodynamics. Fundamental Principles, (Moscow, Mir, 260p., 1967), Oxford, Clarendon Press, 260p., 1963.
4. *Alfvén 1981*; Alfvén Hannes. Cosmic plasma. D. Reidel Publishing Co., Dordrecht: Holand, 216p., 1981.
5. *Alfvén and Arrhenius 1976*; Alfvén Hannes and Arrhenius Gustaf. Evolution of the solar system. (Moscow, Mir, 512p., 1979). Scientific and Technical Information Office, National Aeronautics and Space Administration, Washington, 624p., 1976.
6. *Akhiezer 1974*; Akhiezer, A. I. Plasma Electrodynamics. (N., M., 1974), Pergamon, Oxford, 720p., 1975.
7. *Arnold 1991*; Arnold V.I. Mathematical Methods of Classical Mechanics. 2nd ed., Springer, 1991.
8. *Artsimovich 1978*; Artsimovich L.A. Collected works. Nuclear physics and plasma physics. Nauka, Moscow, 304p., 1974. - in Russian
9. *Artsimovich and Sagdeev 1979*; Artsimovich, L. A., Sagdeev, R. Z. Plasma physics for physicists. Moscow, Atomizdat, 320 p., 1979. - in Russian
10. *Artemyev et al., 2009*; Artemyev, A. V., Neishtadt, A. I., Zelenyi, L. M., and Vainchtein, D. L.: Adiabatic description of capture into resonance and surfatron acceleration of charged particles by electromagnetic waves, Chaos, 20, 043128, doi:10.1063/1.3518360, 2010.
11. *Artemyev et al., 2013*; Artemyev A.V., S. Kasahara, A.Y. Ukhorskiy, M. Fujimoto. Acceleration of ions in the Jupiter magnetotail Particle resonant interaction with dipolarization fronts. Planetary and Space Science, V.82-83, p.p. 134-148, 2013.
12. *Bingham et al. 2004*; Bingham R., Mendonca J. T. and Shukla P. K. Plasma based charged-particle accelerators. Plasma Phys.Control.Fusion, Topical review v.46, R1-23, 2004.
13. *Birdsall and Langdon 1985*; Charles K. Birdsall, A. Bruce Langdon. Plasma physics, via computer simulation. McGraw-Hill Book Company, 452p. 1985.
14. *Blecher and Merdy 2004*; David P. Blecher and Christian Le Merdy. Operator algebras and their modules-an operator space approach. C Larendon Press, Oxford, 396p., 2004.
15. *Bogolyubov and Mitropolskii 1955*; N.N.Bogolyubov, Yu.A.Mitropolskii, Asymptotic methods in the theory of non-linear oscillations. Gordonand Breach science publishers, New York, 1961.
16. *Bogolyubov Logunov Todorov 1975*; Bogolubov N.N., Logunov A.A., Todorov I.T. Introduction to Axiomatic quantum field theory. W.A. Benjamin Inc. 736p., 1975.
17. *Bohm and Gross 1949*; Bohm D. and Gross E.P., Theory of Plasma Oscillations. A. Origin of Medium-Like Behavior, Physical Review, V.75, № 12, p.p. 1851-1864, 1949.
18. *Bohm and Gross 1949a*; Bohm D. and Gross E.P., Theory of plasma oscilations.B. Exitation and damping of oscilations, Physical Review, V.75, № 12, p.p. 1864-1876, 1949.
19. *Bulanov and Sakharov 1986*; Bulanov, S. V., Sakharov, A. S. Acceleration of particles captured by a strong electrostatic wave with curved wave front in a magnetic field. JETP Let., V. 44, No. 9, p. 543, 1986.
20. *Chen 1988*; Francis F. Chen. Laser Driven Plasma Accelerators, Proc. SPIE 0913, High Intensity Laser-Matter Interactions, Vol.59, July 11, 1988.
21. *Chen 1987*; Франсис Ф. Чен. Введение в физику плазмы. М.; Мир, 398с., 1987; Francis F. Chen. Introduction to Plasma Physics, Springer, 330p., 1974.
22. *Chernikov et al., 1992*; Chernikov, A. A., Schmidt, G., Neishtadt, A. I. Unlimited Particle Acceleration by Waves in a Magnetic Field. Physical Review Letters, v. 68, № 10, p.p. 1507-1510, 1992.
23. *Chirikov 2008*; Чириков Б.В. Прохождение нелинейной колебательной системы через резонанс. Доклады АН СССР. Т.125, №5., с.с. 1015-1018, 1959.
24. *Dieckmann and Shukla, 2006*; Dieckmann, M.E., Shukla, P.K. Plasma Physics and Controlled Fusion. V.48, p.p. 1515-1530, 2006.



25. [Dieckmann et al 2006](#); Dieckmann M. E., Sircombe N. J., Parviainen M., Shukla P. K. and Dendy R. O. Phase speed of electrostatic waves: The critical parameter for efficient electron surfing acceleration. *Plasma Phys. Control. Fusion*, V.48, No. 4, p.p. 489-511, 2006.
26. [Dodin and Fish, 2011](#); Dodin, I. Y. and Fisch, N. J. Surfatron acceleration along magnetic field by oblique electrostatic waves, arXiv:1111.4638, physics.plasm-ph, 2011
27. [Erokhin et al., 1982](#); Erokhin, N. S., M. V. Kuzelev, S. S. Moiseev, A. A. Rukhadze, and A. B. Shvartsburg, Nonequilibrium and Resonance Processes in Plasma. *Radio Physics. Nauka, M.*, 1982. - in Russian
28. [Erokhin et al., 1987](#); Erokhin, N.S., Lazarev A.A., Moiseev, S.S., Sagdeev, R.Z. The fascination and following acceleration of the charged particles by slow phase velocity wave in non-uniform plasma. *Doklady akademii nauk (ISSN: 1028-334X-english); (Doklady, ISSN 0002-3264-russian)*, Vol. 295, No.4, p.p. 849-852, 1987.
29. [Erokhin et al., 1989](#); Erokhin, N.S., Moiseev, S.S., Sagdeev, R.Z. Relativistic surfing in non-uniform plasma and cosmic rays generation. *Astronomy Letters (ISSN PRINT: 1063-7737- English); (Pis'ma v Astronomicheskii Zhurnal - ISSN PRINT: 0320-0108-russian)*, Vol.15, № 1, p.p. 3-10, 1989.
30. [Erokhin et al., 1989a](#); Erokhin N. S., Komilov K., Khakimov F. Kh., Khachartyan A. *Plasma Physics Reports*, V.15, No 11, p.p. 1290-1294, 1989.
31. [Erokhin et al., 1990](#); Erokhin, N.S., Zolnikova, N.N., Hachartyan, A.G. Charges acceleration across magnetic field at interactions with strong plasma wave during its propagation through multicomponent relativistic particles streams. *Plasma Physics Reports, (ISSN PRINT: 1063-780X-english); (Fizika Plazmy - ISSN 0367-2921-russian)* Vol.16, No.8, p.p. 945-947, 1990.
32. [Erokhin et al., 1991](#); Erokhin N.S., Zol'nikova N.N., Krasovskii V.L., Mikhailovskaya L.A., Moiseev S.S., Self-similar regimes of ultrarelativistic acceleration of particles trapped by an electrostatic wave in an inhomogeneous isotropic plasma *JETP*, Vol. 73, No 3, p.p. 460-464, 1991.
33. [Erokhin et al., 2006](#); Erokhin, N.S., N.N. Zolnikova, E.A. Kuznetsov, and L.A. Mikhailovskaya. Generation of Fast Particle Fluxes by Finite Amplitude Electromagnetic Waves in Space Plasma. *Problems of Atomic Science and Technology (PAST - ISSN 1562-6016), "Plasma electronics"*, V.5, p.p. 152-6, 2006.
34. [Erokhin et al., 2007](#); Erokhin, N.S., Zolnikova, N.N., Lukov S., Shairetsky K. On the charged particles surfatron acceleration in space plasmas. *Proceedings of the Third Scientific Conference with International Participation Space, Ecology, Nanotechnology, Safety, SENS 2007, 27-29 June 2007, 27-29 June 2007, Varna, Bulgaria*, p.p. 37-40.
35. [Erokhin et al., 2008](#); Erokhin, N.S., Zolnikova, N.N., Mikhailovskaya, L.A., Features of capture and surfatron acceleration of ultrarelativistic particles in space plasma at the presence of the accompanying wave. *Problems of atomic science and technology (PAST), Plasma Electronics and New Methods of Acceleration*, V.4, p.p. 114-118, 2008.
36. [Erokhin et al., 2009](#); N.S. Erokhin, N.N. Zolnikova, E.A. Кузнецов, L.A. Mikhailovskaya Серфинг релятивистских зарядов на электромагнитной волне с плавной огибающей амплитуды. *Трансформация волн, когерентные структуры и турбулентность. Сборник трудов конференции МСС-09. Москва, с.92-99, 2009.*
37. [Erokhin et al., 2009a](#); Erokhin N., Zolnikova N., Kuznetsov E., Mikhailovskaya L. Nonlinear mechanism of charged particles acceleration in space plasma by finite amplitude electromagnetic wave packets. *NEEDS 2009 Workshop. Book of Abstracts, Isola Rossa, Italy*, p.p. 102-103, 2009.
38. [Erokhin et al., 2010](#); Erokhin, N.S., Zolnikova, N.N., Kuznetsov, E.A., Mikhailovskaya, L.A. Dynamics of the relativistic acceleration of charged particles in space plasma at the surfing at packet of electromagnetic waves. *Problems of atomic science and technology (PAST), Plasma Electronics and New Methods of Acceleration*, V.4 (68), p.p. 116-120, 2010.
39. [Faraday 1855](#); Michael Faraday, D.C.L., F.R.S., *Experimental researches in electricity*. Bernard Quaritch, 15 Picadilli, Taylor and Francis, London, 1855.
40. [Fleishman and Toptygin 2013](#); Gregory D. Fleishman and Igor N. Toptygin, *Cosmic electrodynamics. Electrodynamics and magnetic hydrodynamics of cosmic plasmas*. Springer, 729p., 2013.
41. [Feynman et al., 2013](#); Feynman R., Leighton R., Sands M.. *The Feynman Lectures on Physics: Mainly Electro-magnetism and Matter*. New millennium edition. Basics Books, New York, 1054p., 2013.

42. *Galeev and Sudan ed. 1984*; Galeev A. A., Sudan R. N. (Editors). Vol. 1: Basic plasma physics I, Vol.2, Vol.2a. North-Holland Publishing Company, Amsterdam - New York - Oxford. 19+751 p., 1983.
43. *Gaponov and Miller 1958*; Gaponov A. V. and Miller M.A. Use of moving high-frequency potential wells for the acceleration of charged particles. JETP (ZhETF), Vol. 33, No. 5, p.p. 515-516, 1958.
44. *Ginzburg 1967*; Ginzburg, V.L. Electromagnetic wave propagation in a plasma. M., Nauka, 684p., 1967. - in Russian
45. *Gribov et al., 1985*; Gribov, B. E., Sagdeev, R. Z., Shapiro, V. D., Shevchenko, V. I. Damping of plasma waves and acceleration of resonant electrons in a transverse magnetic field. JETP Letters (Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters), (Pis'ma v ZhETF), V. 42, No. 2, p.p. 63-68, 1985.
46. *Itin et al., 2000*; Itin A.P., Neishtadt A.I., Vasiliev A.A. Captures into resonance and scattering on resonance in dynamics of a charged relativistic particle in magnetic field and electrostatic wave, Physica D: Nonlinear Phenomena, Vol. 141, p.p. 281-296, 2000.
47. *Joshi 1984*; Joshi Chandrashekhkar. The surfatron laser-plasma accelerators. Prospects and limitations. Radiation in plasmas, Edited by B. McNamara. Radiation in Plasmas, Proceedings of the Workshop on Laser and Plasma Collective Accelerators. International Centre for Theoretical Physics, Trieste, Italy: World Scientific, Vol.1, № 4, p.p. 514-527, 1984.
48. *Joshi 2006*; Chandrashekhkar Joshi. Plasma accelerators. Scientific American, V.2, p.p. 41-47, 2006.
49. *Kadomtsev 1988*; Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. 2-е изд., испр. и доп. -М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит., 304 с. 1988; Kadomtsev, B. B. Collective Interactions in Plasmas. Nauka, First ed., Moscow, 1976. - in Russian
50. *Katsouleas and Dawson 1983*; Katsouleas, T., Dawson, J.M. Unlimited electron acceleration in laser-driven plasma wave. Physical Review Letters, v.51, № 5, p.p. 392-395, 1983.
51. *Kichigin 1995*; Kichigin, G.N. Properties of surfatron acceleration of. JETP (ISSN: 1063-7761-2001- in English), Vol. 81, No. 4, p.p. 736-742, 1995.
52. *Kichigin 2001*; Kichigin, G.N. The surfatron acceleration of cosmic rays in the galactic plasma. Journal of Experimental & Theoretical Physics, JETP (ISSN: 1063-7761-2001), Vol. 92, No. 6, p. 895, 2001.
53. *Kichigin and Strokin, 2007*. Kichigin G.N. and Strokin N.A. Surfatron Particle Acceleration in the Near-Earth Shock Wave. Geomagnetism and Aeronomy, V.47, No.6, c.c. 704-709, 2007.
54. *Kis et al., 2013*; Arpad Kis, Oleksiy Agapitov, Vladimir Krasnoselskikh, Yuri V. Khotyaintsev, Iannis Dandouras, et al. Gyrosurfing acceleration of ions in front of earth's quasi-parallel bow shock. The Astrophysical journal letters, Bristol : IOP Publishing, 771 (1), p.p. 4-12, 2013.
55. *Kuramitsu and Krasnoselskikh 2005*; Kuramitsu Yasuhiro and Vladimir Krasnoselskikh, Gyroresonant Surfing Acceleration. Physical Review Letters V.94, p.p. 031102-1-4, 2005.
56. *Landau 1946*; Landau L. D. О колебаниях электронной плазмы, УФН 93, с.527-540, (1967), from JETP, V.16, p.574, 1946. - in Russian
57. *Langmuir 1928*; Langmuir Irving, Oscillations in Ionized Gases. Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS), V.14, No.8, p.p. 627-637, September 1928
58. *Lehnert 1964*; Bo Lehnert. Dynamics of charged particles. (Atomizdat, Moscow , 1967) North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 352 p., 1964.
59. *Le Galley and Rosen 1964*; Donald P. Le Galley and Allan Rosen. Space physics. (Moscow, Mir, 740p., 1966) John Wiley and Sons Inc., 740p., 1964.
60. *Loznikov and Erokhin 2010*; Loznikov, V.M., and N.S. Erokhin. Variable source of excess of space electrons in the heliosphere. Problems of Atomic Science and Technology (PAST - ISSN 1562-6016), "Plasma electronics", Vol.4 (68), p.p. 121-124, 2010.
61. *Loznikov et al. 2013*; Loznikov V. M., N. S. Erokhin Mikhailovskaya L. A. An explanation of variable peculiarities in spectra of electrons and positrons of cosmic rays. Cosmic Res., Vol. 51, № 3, p. 177, 2013
62. *Loznikov, Erokhin et al. 2016*; Loznikov V. M., Erokhin N. S., Zol'nikova N. N. and Mikhailovskaya L. A. On the Reason for the Kink in the Rigidity Spectra of Cosmic-Ray Protons and Helium Nuclei near 230 GV. Plasma Physics Reports, Vol. 42, No. 7, p.p. 658–665, 2016.
63. *Martin 2006*; Martin B. R. Nuclear and particle physics. John Wiley & Sons, Ltd., 415p., 2006.

64. *Maxwell 1989*; Maxwell James Clerk. A Treatise on Electricity and Magnetism; Джеймс Клерк Максвелл, Трктат об электричестве и магнетизме. В двух томах, Москва, Наука, 1989. - In Russian.
65. *Maxwell 1865*; James Clerk Maxwell, A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, V. 155, p.p. 459-512, 1865.
66. *Midzuno and Watanabe 1968*; Tsuguhiro Midzuno Yukio and Watanabe Tsuguhiro. Asymptotic method and nonlinear behaviors of waves in plasma. Research report 78, p.p. 1-27, November 1968.
67. *Midzuno and Watanabe 1969*; Midzuno Yukio and Watanabe Tsuguhiro. Nonlinear behaviors of waves in a plasma in the vicinity of marginally stable state. Research report 86, p.p. 1-34, Nov. 1969.
68. *Neishtadt et al., 2009*; Neishtadt, A. I., Artemyev A. V., L. M. Zelenyi, and D. L. Vainshtein. Surfatron acceleration in electromagn. waves with a low phase velocity. JETP Letters, V.89, No.9; p.p. 441-7, 2009.
69. *Ohsawa Yukiharu 1986*; Yukiharu Ohsawa. Production of highly relativistic ions and electrons by quasi-perpendicular magnetosonic shock waves. Res. rep. Institute of Plasma Phys., Nagoya Univ., 1986.
70. *Ptuskin 2007*; Ptuskin V.S. On the origin of galactic cosmic rays. Phys. Usp., V.50, p.p.534-540, 2007.
71. *Sagdeev 1964*; Сагдеев Р.З., Сб. Вопросы теории плазмы, М.: Атомиздат, с. 20, 1964.
72. *Sagdeev and Shapiro 1973*; Сагдеев Р.З., Шапиро В.Д. Влияние поперечного магнитного поля на затухание Ландау. Письма в ЖЭТФ. Т.17, вып. 7., с.с. 389-394, 1973.
73. *Sitnov 1988*; Sitnov, M.I. Maximal particles energy in surfatron "unlimited" acceleration mode. Technical Physics Letters (ISSN PRINT: 1063-7850), Vol.14, No.1, p.p. 89-92, 1988.
74. *Stoney 1881*; Stoney, G. J. "On the Physical Units of Nature". Phil. Mag. 5 (11), p. 381, 1881.
75. *Sugihara and Midzuno 1979*; Ryo Sugihara, Yukio Midzuno. Non-Stochastic Heating of Magnetized Plasma by Electrostatic Wave. Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 47, No. 4, p.p. 1290, 1979.
76. *Sugihara and Midzuno 1979a*; Sugihara Ryo, Midzuno Yukio. Non-stochastic acceleration of magnetized plasma particles by electrostatic wave. Research report 365, p.p. 84-88, January 1979.
77. *Sugihara and Midzuno 1977*; Ryo Sugihara and Yukio Midzuno. Non-Stochastic Heating of Magnetized Plasma by Electrostatic Wave. Institute of plasma, Nagoya University, Res. rep. IPPJ-314, 17 p., Dec. 1977.
78. *Tajima and Dawson 1979*; Tajima T. and Dawson J.M. Laser electron accelerator. Phys. Rev. Let. V.43, No.4, p.p. 267-270, 1979.
79. *Takeuchi et al., 1986*; Satoshi Takeuchi, Kazuo Sakai, Michio Matsumoto and Ryo Sugihara. Unlimited Acceleration of a Charged Particle by an Electromagnetic Wave: Relativistic Theory, Research report 781, p.p. 1-17, July, 1986.
80. *Takeuchi et al., 1986a*; Takeuchi Satoshi, Sakai Kazuo, Matsumoto Michio, Sugihara Ryo.  $V_p \times B_0$  Acceleration of a charged particle by a purely transverse electromagnetic wave propagating perpendicularly to a static magnetic field. Reports of the Faculty of Engineering, Yamanashi University 36, p.p. 113-118, 1985.
81. *Takeuchi et al., 1987*; Takeuchi S., K. Sakai, M. Matsumoto, R. Sugihara, Unlimited acceleration of a charged particle by an electromagnetic wave with a purely transverse electric field. Physics Letters A, V.122, No.5, p.p. 257-261, 1987.
82. *Takeuchi, 2005*; Takeuchi, S.: New particle accelerations by magnetized plasma shock waves, Physics of Plasmas, 12, 102901, doi:10.1063/1.2080520, 2005.
83. *Timofeev 2000*; Timofeev A. Resonance phenomena in the plasma oscillations (Plasma Physics). Taylor Francis Group, 448p., 2010.
84. *Toptigin 1983*; Топтыгин И.Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 304 с., 1983.
85. *Tonks and Langmuir 1929*; Tonks L., Langmuir I., Oscillations in Ionized Gases. Phys. Rev., V.33, p.195, 1929. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.33.195> .
86. *Umnov et al., 2008*; Умнов А.М., Туриков В.А., Муратов М.Н., Милантьев В.П., Современные численно-аналитические пакеты для сложных инж.-физических вычислений, М.: РУДН, 154 с. 2008.
87. *Vasiliev et al., 2011*; Vasiliev, A. A., Neishtadt, A. I., Artemyev, A. V. Nonlinear dynamics of charged particles in an oblique electromagnetic wave. Physics Letters A, Vol.375, p.p. 3075-3079, 2011

88. *Vavilov 1934*; Вавилов С. И. О возможных причинах синего  $\gamma$ -свечения жидкостей. (ДАН СССР Т.2, No.8, с.457-459, 1934) УФН Т.93 с.383-385, 1967. Vavilov S.I. On the possible reasons blue  $\gamma$ -radiation of liquids. Compt. Rend. Acad. Sci. URSS, V.2, No.8, p.457-459, 1937. - in Russian
89. *Vlasov 1938*; А.А. Власов, О вибрационных свойствах электронного газа. УФН, 93 444-470 (1967), from JETP, V.8, № 3 p.291, 1938. Vlasov A. A., The vibrational properties of an electron gas. Sov. Phys. Usp. V.10, № 6, p.p. 721-733 (1968). - in Russian
90. *Wang and Lu 2007*; Wang De-Yu and Quan-Ming Lu. Electron surfing acceleration by electrostatic waves in current sheet. Astrophys. Space Sci. V.312, p.p. 103-111, 2007.
91. *Wang and Lu 2007a*; Wang De-Yu and Quan-Ming Lu. Electron surfing acceleration in a current sheet by perpendicular electrostatic waves. Advances in Space Research, V.39, No. 9, p.p. 1471-1473, 2007.
92. *Zank 2014*; Gary P Zank. Transport Processes in Space physics and Astrophys. Springer, 296 p., 2014.
93. *Zelenyi et al., 2013*; Zelenyi L.M., Neishtadt A.I., Artemyev A.V., Vainchtein D.L., Malova H.V. Quasiadiabatic dynamics of charged particles in a space plasma. Uspekhi Fizicheskikh Nauk V.183, No.4, p.p. 365-415, 2013.
94. *Zeleny and Veselovsky ed. 2008*; Plasma heliogeophysics / Ed.by L.M.Zeleny, I.S.Veselovsky, Fizmatlit, Moscow, Vol. I-II, 672 p., 2008. - in Russian
95. *Zhelezniakov 1977*; Железняков, В. В. Электромагнитные волны в космической плазме. (Генерация и распространение). М.: Наука, Главная редакция физ.-мат. лит., 432 с., 1977.
96. *Zolnikova 1994*; Зольникова Надежда Николаевна. Теоретический анализ длительного удержания и сильного ускорения захваченных частиц сильными электромагнитными волнами. Диссертационный труд, ИКИ-РАН, 120с., 1994.